Les fonctions, leur domaine et leur image (suite)

Dans toute relation, l'ensemble des valeurs de la variable indépendante (souvent des valeurs de x) est le **domaine** de la relation.
L'ensemble des valeurs correspondantes de la variable dépendante (souvent des valeurs de y) est **l'image** de la relation.

Dans une fonction, chaque valeur du domaine est associée à une et une seule valeur de l'image.

La notation du domaine et de l'image

Les accolades { }sont utilisées pour noter un ensemble de points ou de valeurs qui sont reliés.

Exemple

Détermine le domaine et l'image de chaque relation. À partir du domaine et de l'image, détermine si la relation est une fonction.

a) $\{(-3,4), (5,-6), (-2,7), (5,3), (6,-8)\}$

Domaine : $\{-3,-2,5,6\}$, image : $\{-8,-6,3,4,7\}$

Le relation n'est pas une fonction. Pour la valeur x=5, il y a deux valeurs correspondantes de y, soit y=-6 et y=3. Le domaine contient quatre éléments, mais l'image en contient cinq. Par conséquent, une valeur du domaine est associée à deux valeurs de l'image.

b) Le tableau présente le nombre d'enfants de chaque âge dans un camp de jour.

	A âge	B enfants
◆		
1	4	8
2	5	12
3	6	5
4	7	22
5	8	14
6	9	9
7	10	11

A âge

Domaine : $\{4,5,6,7,8,9,10\}$,

Image : $\{5,8,9,11,12,14,22\}$

La relation est une fonction, car chaque valeur du domaine est associée à une et une seule valeur de l'image.

L'ensemble des nombres réels

Quand on connaît l'équation d'une relation, on peut déterminer le domaine et l'image en analysant les valeurs possibles des variables dans l'ensemble des nombres réels.

Un nombre réel est tout élément de l'ensemble formé des nombres entiers et des nombres qui, en notation décimale, comporte une partie décimale limitée ou une partie décimale illimitée, périodique ou non; cet ensemble est représenté par le symbole $\mathbb{R}$.

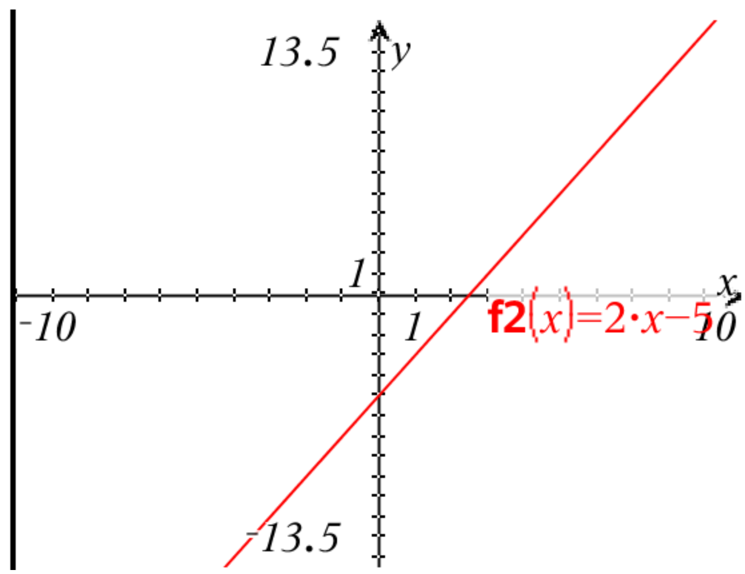
Exemple

Détermine le domaine et l'image de chaque relation. Représente graphiquement chaque relation.

a) y = 2x−5

$\{x \in \mathbb{R}\}$

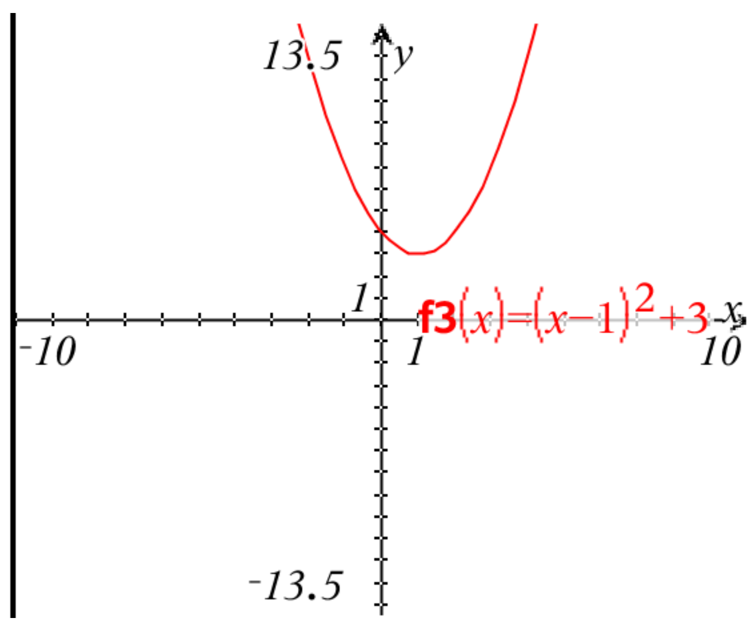
$\{y \in \mathbb{R}\}$



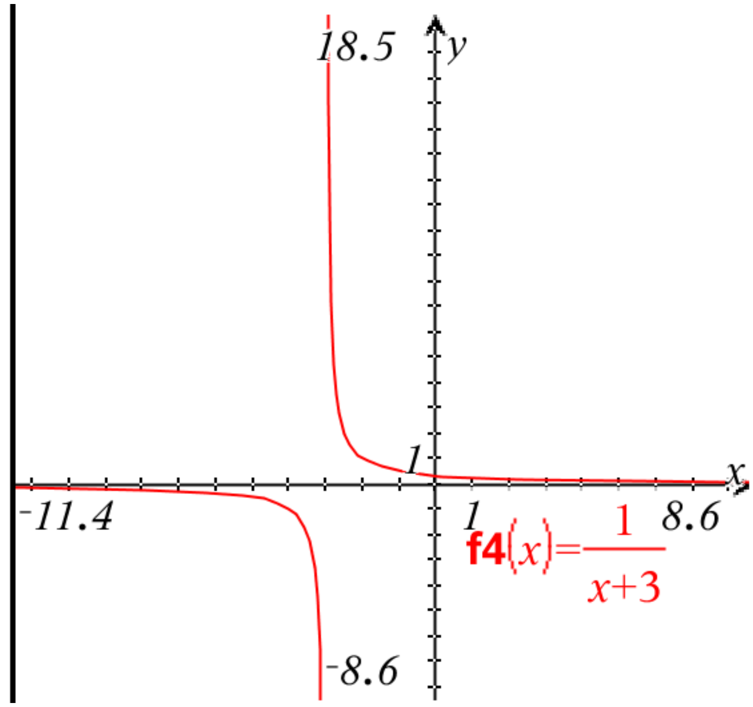
b) $y=(x-1)^2+3$

$\{x \in \mathbb{R}\}$

$\{y \geq 3, y \in \mathbb{R}\}$



c) $y=\frac{1}{x+3}$



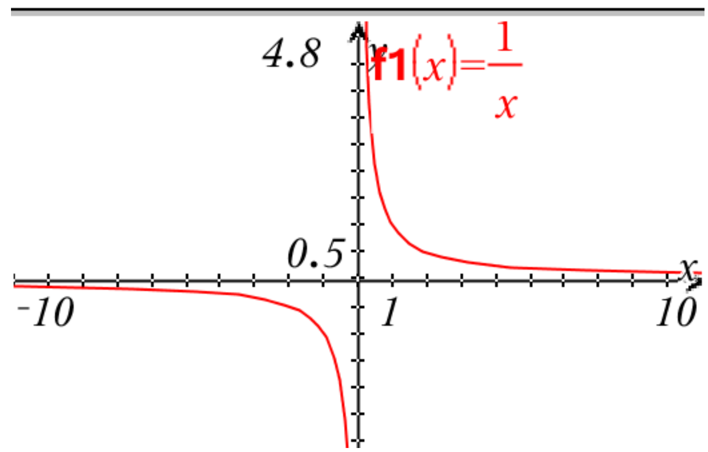
$\{x\neq-3,\ x\in\mathbb{R}\}$

$\{y\neq0,\ y\in\mathbb{R}\}$

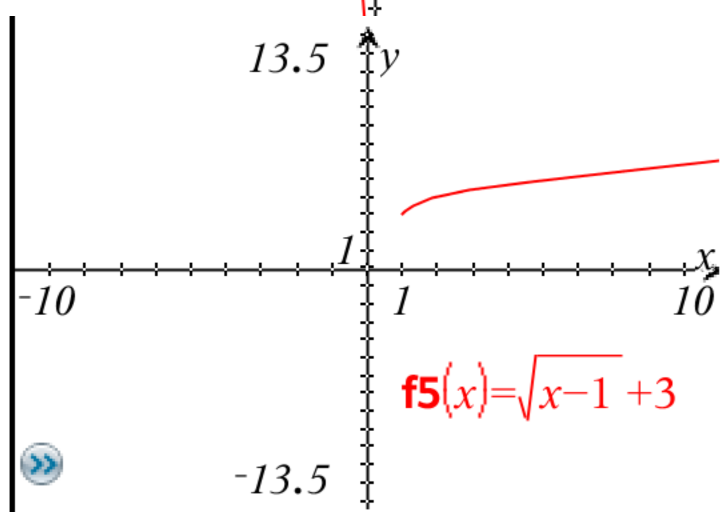
Une asymptote

Une droite de laquelle une courbe s'approche de plus en plus, sans jamais la toucher.

Par exemple, dans le graphique de y=1/x, l'axe des x et l'axe des y sont des asymptotes.



d) $y=\sqrt{x-1}+3$

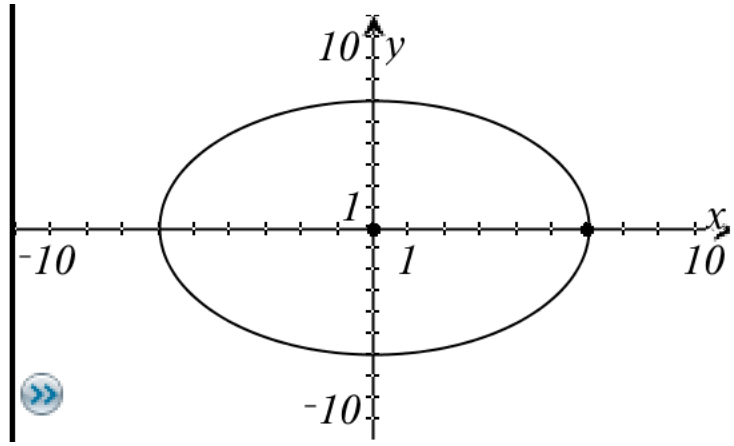


$\{x\geq1,\ x\in\mathbb{R}\}$

$\{y\geq3,\ y\in\mathbb{R}\}$

e) $x^2+y^2=36$

$\{-6 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{R}\}$
$\{-6 \leq y \leq 6, y \in \mathbb{R}\}$



Exemple

Anne se porte volontaire pour aider à construire un enclos rectangulaire derrière l'édifice de la société pour la protection des animaux. L'enclos sera délimité d'un côté par le mur de l'édifice. La société dispose de 100m de clôture.

a) Exprime l'aire de l'enclos en fonction de sa largeur.

Soit x, la largeur de l'enclos rectangulaire, et 100−2x, sa longueur, en mètres. Soit A, l'aire de l'enclos en mètre carrés.

$A(x)=x(100-2x)$

$=-2x^2+100x$

b) Détermine le domaine et l'image de la fonction qui représente l'aire.

Puisque c'est une parabole, il faut déterminer le sommet et les abscisses. $A(x)=x(100-2x)$

Les abscisses sont x=0 et x=50.

Le milieu des abscisses est donc le sommet.

$A(25)=25(100-2(25))$

$=1250$

Domaine : $\{0<x<50, x\in\mathbb{R}\}$ Image : $\{0<A<1250, A\in\mathbb{R}\}$