Nom : _CORRIGÉ_______________________ Date : ____________________

TEST

Évaluation sommative

Modélisation à l'aide de fonctions exponentielles

Attentes visées

- Démontrer une compréhension des caractéristiques de la fonction exponentielle et de sa réciproque.
- Démontrer une habileté à utiliser les fonctions exponentielles.

---

1. Simplifie les expressions suivantes.

a. $\left(y^{\frac{2}{3}}\right)^{-6}$

$$= y^{\frac{-12}{3}}$$
$$= y^{-4}$$
$$= \frac{1}{y^4}$$

b. $\frac{m^{-3}n^{-4}}{m^{-2}b^{-1}}$

$$= \frac{m^2b^1}{m^3n^4}$$
$$= \frac{b}{mn^4}$$

2. Évalue chaque expression. Exprime toute fraction sous forme irréductible.

a. $\left(\frac{125}{216}\right)^{\frac{1}{3}}$

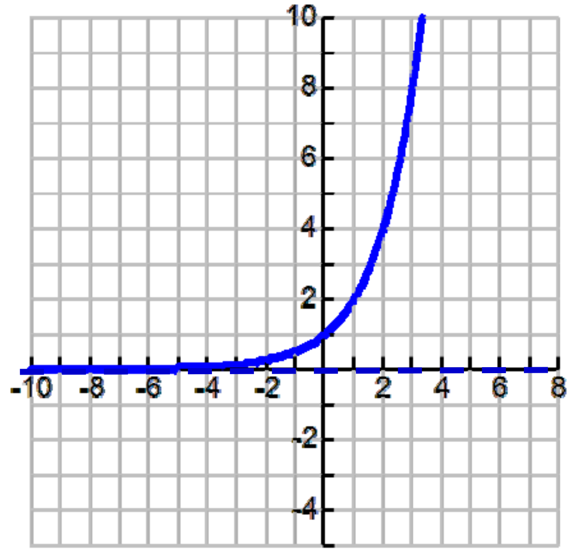
$$= \sqrt[3]{\frac{125}{216}}$$
$$= \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{216}}$$
$$= \frac{5}{6}$$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^5$$
$$= \frac{243}{32}$$

3. Donne l'équation qui représente cette fonction.

   $y = 2^x$



4. À partir de l'énoncé, du tableau ou du graphique, indique si la fonction s'agit d'une fonction affine, d'une fonction du second degré ou d'une fonction exponentielle. Justifie ton choix.

   a.

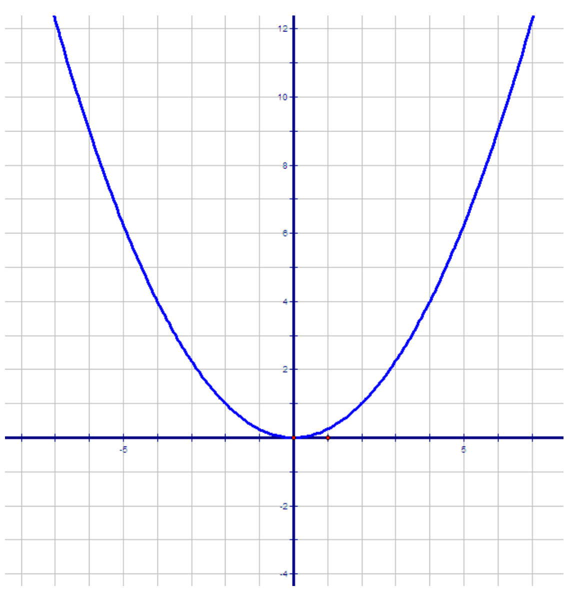
x	y
0	1
1	4
2	10
3	28
4	82

C'est une fonction exponentielle puisque les différences finies présentent une régularité.

   b. Les premières différences sont constantes.

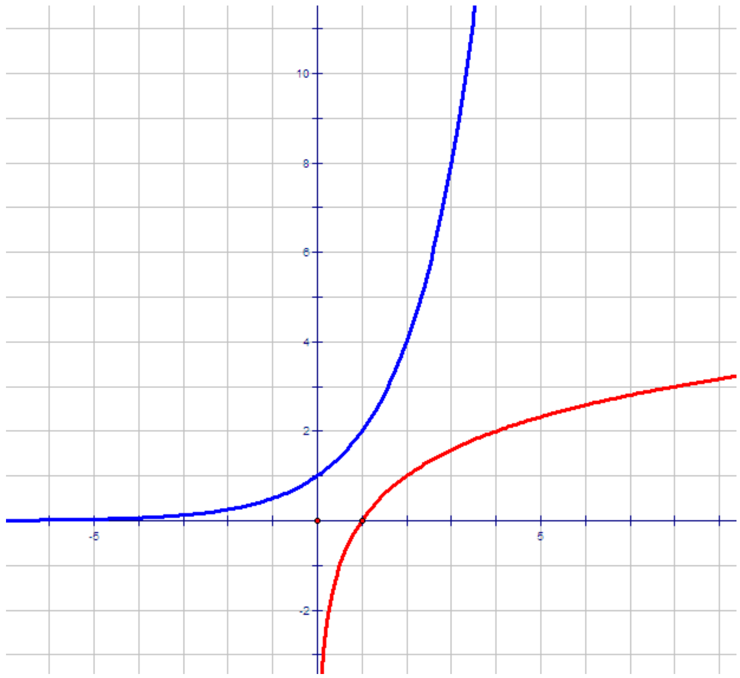
   C'est une fonction affine si les premières différences sont constantes.

   c.



C'est une fonction du second degré puisque c'est une parabole.

5. Trace le graphique d'une fonction exponentielle et celui de sa réciproque. Quel nom donne-t-on à la réciproque d'une fonction exponentielle?

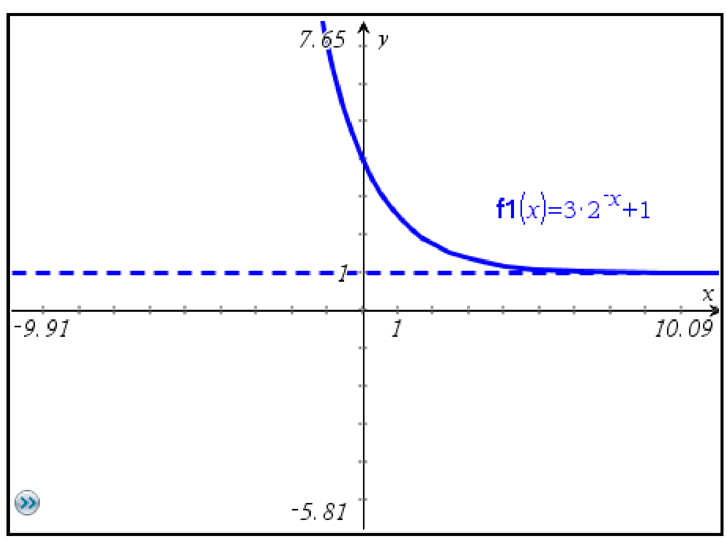


La réciproque d'une fonction exponentielle est appelée une fonction logarithmique.

6. Sur du papier quadrillé à part, esquisse le graphique de chacune des fonctions suivantes. Donne le domaine et l'image et dit si la fonction est croissante ou décroissante.

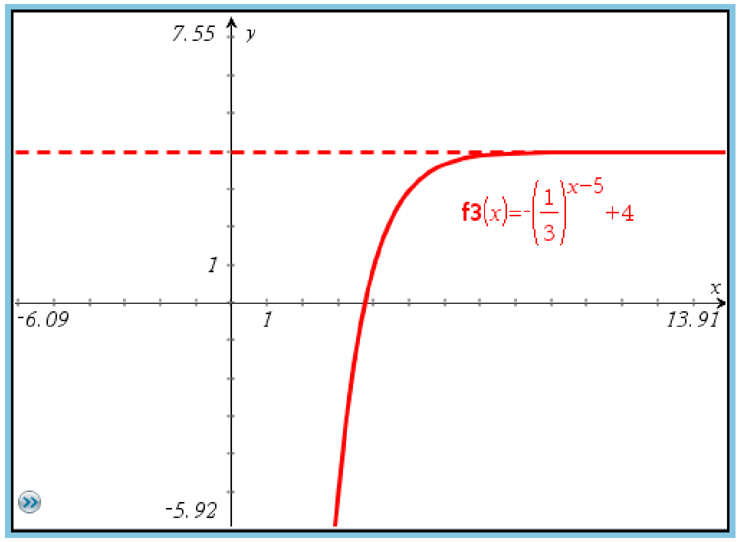
a. $\boldsymbol{y = 3(2)^{-x} + 1}$

$\{x \in \mathbb{R}\}$
$\{y > 1, y \in \mathbb{R}\}$
La fonction est décroissante.



b. $\boldsymbol{y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} + 4}$

$\{x \in \mathbb{R}\}$
$\{y < 4, y \in \mathbb{R}\}$
La fonction est croissante.



7. **Suppose que les droits de scolarité à l'université augmentent de 2,6 % par année. Présentement, ils sont de 4 555$ par année. Détermine, à l'aide d'une équation, les droits de scolarité dans 10 ans.**

Soit t, le temps en années et D, les droits de scolarité.

$$\begin{aligned} D(t) &= 4555(1+0{,}026)^t \\ D(10) &= 4555(1{,}026)^{10} \\ &= 5\,887{,}92\$ \end{aligned}$$

Donc, les droits de scolarité, dans 10 ans, seront de 5 887,92$.

8. **Soit un bocal contenant une cellule de bactérie. Au bout de 27 jours, il contient 512 cellules.**
   a. **Quel est le taux de croissance de la bactérie?**

      Soit a, le taux de croissance.

$$\begin{aligned} 512 &= 1(a)^{27} \\ \sqrt[27]{512} &= a \\ 1{,}25992 &= a \end{aligned}$$

      Le taux de croissance de la bactérie est de 1,25992 ou environ 26% par jour.

   b. **Il faut 30 jours pour que le bocal soit plein. Combien de cellules contient-il alors?**

      Soit N, le nombre de cellules et t, le temps.

$$\begin{aligned} N(t) &= 1(1{,}25992)^{t} \\ N(30) &= 1024 \end{aligned}$$

      Le bocal contient donc 1024 cellules après 30 jours.

9. **Un échantillon d'une substance radioactive a une masse initiale de 100mg et une demi-vie de 1,5 jour.**
   a. **Écris l'équation qui définit la masse restante en fonction du temps.**

      Soit t, le temps en jours et M, la masse restante en mg.

$$M(t) = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1{,}5}}$$

   b. **Donne le domaine et l'image dans ce contexte.**

$$\{t \geq 0, t \in \mathbb{R}\}$$
$$\{0 < M \leq 100, M \in \mathbb{R}\}$$

c. **Quelle masse restera-t-il au bout de 2 semaines?**

$$M(14) = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{14}{1,5}}$$
$$= 0,15502$$

Il restera 0,15502 mg de substance radioactive après 14 jours.

d. **Quand l'échantillon aura-t-il 3% de sa masse initiale?**

3% de 100 = 3

$$3 = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1,5}}$$
$$0,03 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{1,5}}$$

En pitonnant, nous pouvons estimer que le temps est de 7,5 jours.