

TEST

Évaluation sommative



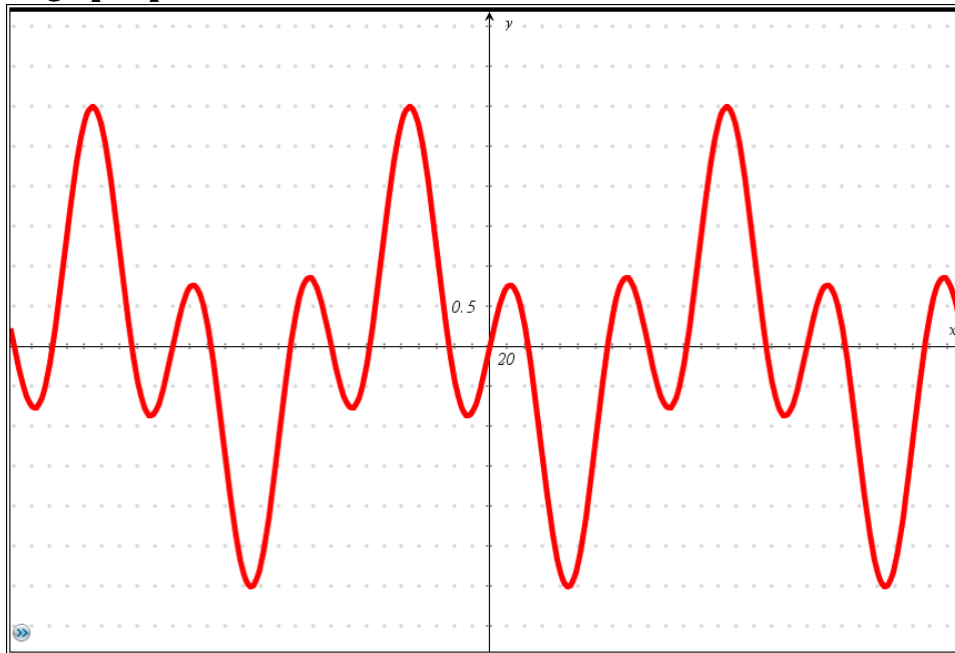
Fonctions trigonométriques

Attentes visées :

- Démontrer une compréhension des fonctions sinusoidales et de leurs représentations graphiques.



1. Soit le graphique suivant.

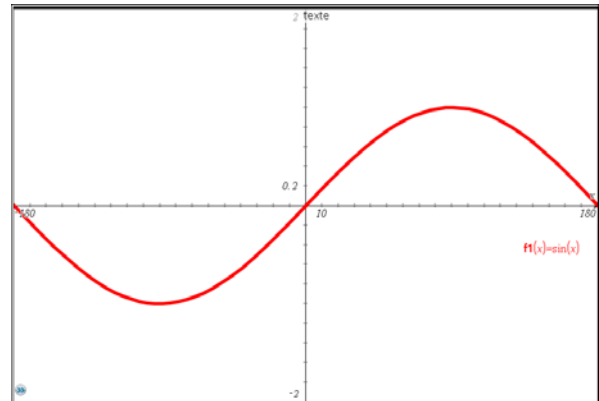


- Explique pourquoi la fonction représentée est périodique.**
La fonction est périodique puisque des valeurs de l'ordonnée se répètent à des intervalles réguliers.
- Combien de cycles complets sont montrés ?**
Trois cycles complets sont montrés.
- Quelles sont les valeurs maximale et minimale ?**
La valeur maximale est 3 et la valeur minimale est -3.
- Quelle est l'amplitude ?**
L'amplitude est de 3.
- Quelle est la période ?**
La période est de 360.

2. Esquisse la courbe de $y = \sin x$ pour les valeurs de x de $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$. Donne le domaine et l'image.

$$\{-180^\circ \leq x \leq 180^\circ, x \in \mathbb{R}\}$$

$$\{-1 \leq y \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$$



3. Énumère *deux* ressemblances et *une* différence entre les graphiques de sinus et de cosinus.

Des ressemblances pourraient être l'amplitude, la période, les valeurs maximales et minimales, le domaine et l'image.

Des différences pourraient être les abscisses à l'origine, l'ordonnée à l'origine et la position des valeurs maximales et minimales.

4. Soit la fonction $y = 3 \sin(2(x - 45^\circ)) - 1$.

- a. Quelle est son amplitude ?

L'amplitude est 3.

- b. Quelle est sa période ?

La période est 180° .

- c. Décris son déphasage.

Le déphasage est de 45° vers la droite.

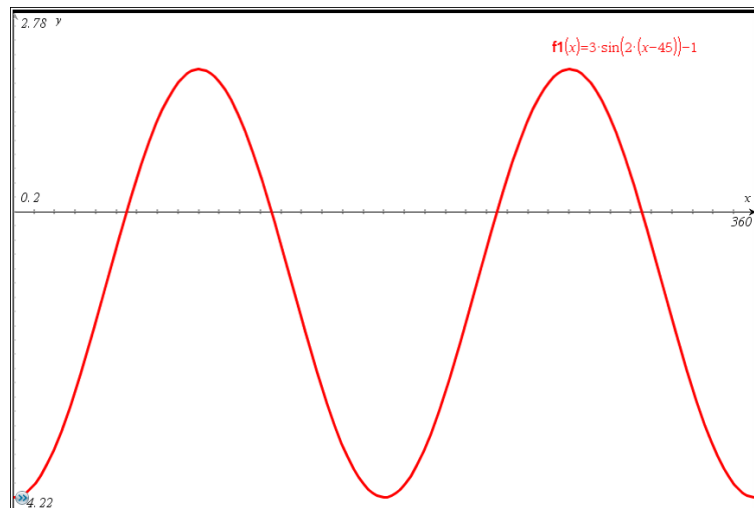
- d. Décris son déplacement vertical.

Le déplacement vertical est de 1 vers le bas.

- e. Trace son graphique pour les valeurs de x de 0° à 360° .

- f. Comment l'équation changerait-elle si la période était de 90° ?

La valeur de k changerait à 4 et l'équation deviendrait $y = 3 \sin(4(x - 45^\circ)) - 1$.

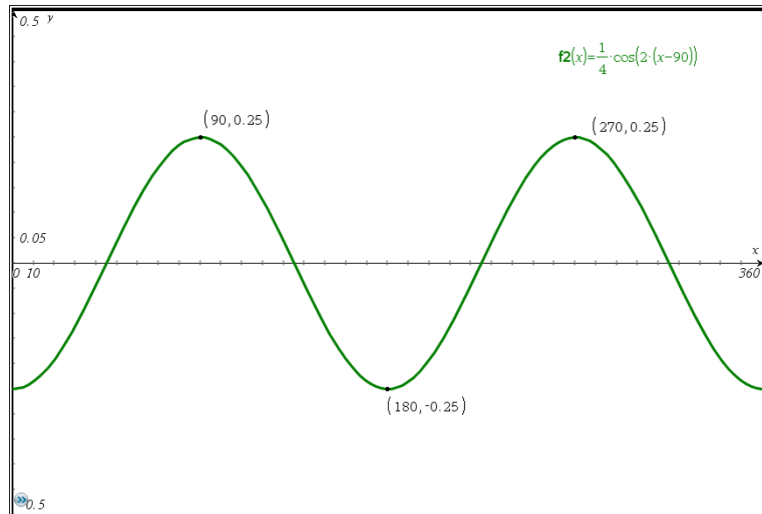


5. Soit la fonction $y = \frac{1}{4} \cos(2(x - 90^\circ))$.

a. Détermine son amplitude, sa période, son déphasage et son déplacement vertical par rapport à $y = \cos x$.

L'amplitude est de $\frac{1}{4}$, la période est de 180° et le déphasage est de 90° vers la droite. Il n'y a pas de déplacement vertical.

b. Trace son graphique pour les valeurs de x de 0° à 360° .



c. Quelles sont les valeurs maximale et minimale ?

La valeur maximale est de $\frac{1}{4}$ et la valeur minimale est de $-\frac{1}{4}$.

d. Détermine les trois premières abscisses à l'origine de sa courbe, à droite de l'origine.

Les trois premières abscisses à l'origine sont à 45° , 135° et 225° .

e. Détermine l'ordonnée à l'origine.

L'ordonnée à l'origine est à $-\frac{1}{4}$.

6. Une fonction sinusoïdale a une amplitude de 3 unités, une période de 180° et un maximum à $(90^\circ, 5)$.

a. Représente cette fonction par l'équation d'une fonction sinus.

$$f(x) = 3 \sin(2(x - 45)) + 2$$

b. Représente cette fonction par l'équation d'une fonction cosinus.

$$g(x) = -3 \cos(2x) + 2$$

7. Dans certains pays, on utilise des roues à aubes pour amener l'eau à un niveau plus élevé. En Égypte, une roue à aubes transporte l'eau d'une hauteur de -1,3m à une hauteur de 1,7m. Elle effectue un tour complet en 15s.
- a. Modélise la relation entre la hauteur de l'eau et le temps, à l'aide d'une fonction sinusoïdale.

$$\begin{aligned} \text{Amplitude} &= \frac{1,7 - (-1,3)}{2} \\ &= 1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Période} &= 15 \text{ secondes} \\ \frac{360}{k} &= 15 \\ k &= 24 \end{aligned}$$

Déphasage

Le graphique commence au point minimal.

Si on choisit la fonction sin, il faut un déphasage de 3,75 vers la droite ou 11,25 vers la gauche.

Si on choisit la fonction cos, il faut une réflexion verticale et aucun déphasage.

$$\begin{aligned} \text{Translation verticale} &= \frac{1,7 + (-1,3)}{2} \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

Soit h, la hauteur de l'eau en mètres et t, le temps en secondes.

$$h(t) = 1,5\sin(24(t - 3,75)) + 0,2$$

ou

$$h(t) = -1,5\cos(24t) + 0,2$$

- b. Quelle hauteur l'eau atteint-elle au bout de 20s ?

$$\begin{aligned} h(20) &= -1,5\cos(24(20)) + 0,2 \\ &= 0,95 \text{ mètres} \end{aligned}$$

L'eau atteindra une hauteur de 0,95 mètres au bout de 20 secondes.

8. Des pilotes de l'équipe de démonstration aérienne des Snowbirds effectuent une boucle verticale. Des données sur l'altitude et le temps écoulé figurent dans le tableau suivant.



Temps (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Altitude (m)	3000	4000	4732	5000	4732	4000	3000	2000	1268	1000	1268	2000	3000

- a. Modélise la relation entre l'altitude et le temps, à l'aide d'une fonction sinus.

$$\begin{aligned} \text{Amplitude} &= \frac{5000 - 1000}{2} \\ &= 2000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Période} &= 12 \text{ secondes} \\ \frac{360}{k} &= 12 \\ k &= 30 \end{aligned}$$

Déphasage

Le graphique commence au point milieu et monte vers le point maximal. Donc, c'est la fonction sin sans déphasage.

$$\begin{aligned} \text{Translation verticale} &= \frac{5000 + 1000}{2} \\ &= 3000 \end{aligned}$$

Soit A, l'altitude en mètres et t, le temps en secondes.

$$A(t) = 2000 \sin(30t) + 3000$$

- b. Pendant combien de temps est-ce que l'altitude est à une hauteur de moins que 2000m dans un cycle de 12s ?

En se basant sur le tableau, l'altitude est à une hauteur de moins que 2000m pendant 4 secondes (entre 7s et 11s) dans un cycle de 12s.