

La modélisation d'un comportement périodique

Question

Qu'est-ce que les sons produits par ton groupe préféré, un moteur de voiture qui tourne au ralenti, les phases de la Lune et les battements de ton cœur ont en commun?

Activité d'exploration

p. 284 Le carrousel

http://www.youtube.com/watch?v=YiHP8EG_Wq4

http://www.youtube.com/watch?v=EnDJ6_XpGfo&feature=related

Le vocabulaire des fonctions périodiques

Cycle

La partie répétitive de la courbe d'une fonction périodique ou d'un phénomène périodique.

Période

La longueur horizontale d'un cycle complet d'une fonction périodique.

Fonction périodique

Une fonction dont les ordonnées se répètent à intervalles réguliers.

Amplitude

La moitié de la distance entre les valeurs maximale et minimale d'une fonction périodique.

Exemple 1

Détermine si chaque graphique représente une fonction périodique. Si c'est le cas, indique la période de cette fonction, ainsi que son amplitude.

Voir p. 286

I) Ce graphique est une fonction périodique puisque des ordonnées se répètent à des intervalles réguliers.

La période est de 6 et l'amplitude est d'environ 1,75 unités.

II) Ce graphique n'est pas une fonction périodique puisque les ordonnées ne se répètent pas à des intervalles réguliers.

III) Ce graphique est une fonction périodique puisque les ordonnées se répètent à des intervalles réguliers. La période est de 4 et l'amplitude est de 2.

Exemple 2

Soit la fonction périodique représentée. (voir p. 287)

a) Quelle est la période de cette fonction?

La période est de 6.

b) Détermine $f(2)$ et $f(5)$.

$$f(2) = 1 \text{ et } f(5) = 0$$

c) Prédis $f(8)$, $f(-10)$ et $f(14)$.

$$\begin{aligned} f(8) &= f(2+6) \\ &= f(2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-10) &= f(2-6-6) \\ &= f(2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(14) &= f(8+6) \\ &= f(8) \\ &= 1 \end{aligned}$$

d) Quelle est l'amplitude de cette fonction?

L'amplitude est de $\frac{3-(-2)}{2} = 2,5$ unités.

e) Détermine quatre valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 2$.

Quatre valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 2$ sont 0, 6, 12 et 18.

Exemple 3

Le graphique représente la consommation résidentielle mensuelle de gaz naturel en Ontario, de janvier 2001 à janvier 2006. Ces données proviennent de Statistique Canada.

a) Explique pourquoi le graphique a cette forme.

Le graphique a cette forme puisque la consommation résidentielle mensuelle de gaz naturel en Ontario varie selon la saison. Elle plus élevée en hiver qu'en été.

b) Les données semblent-elles périodiques? Explique ta réponse.

Les données sont approximativement périodiques. Les valeurs ne sont pas exactement les mêmes d'un cycle à l'autre.

c) Suppose qu'on représente la consommation de gaz naturel en Ontario par une fonction périodique. Détermine approximativement les valeurs maximale et minimale de la fonction ainsi que son amplitude.

$$\begin{aligned} \text{Amplitude} &= \frac{1600000 - 200000}{2} \\ &= 700000 \text{milliers de mètres cubes} \end{aligned}$$

d) Estime la période de cette fonction. Est-ce vraisemblable? Explique pourquoi.

La période de cette fonction est d'environ 12 mois. C'est vraisemblable puisqu'on s'attend à ce que la consommation de gaz naturel varie selon un cycle annuel.

e) Estime le domaine et l'image de la fonction.

$$\{ 1 \leq t \leq 60, t \in \mathbb{R} \} \text{ et } \{ 200000 \leq g \leq 1600000, g \in \mathbb{R} \}$$

f) Explique comment on peut estimer la consommation de gaz naturel en février 2014 à l'aide de ce graphique.

Pour obtenir une estimation vraisemblable, il faut déterminer la consommation pour chaque mois de février représenté dans le graphique. Par la suite, on calculera la moyenne de ces valeurs.