3.5 Réunir tous les éléments

Étapes à suivre pour tracer un graphique

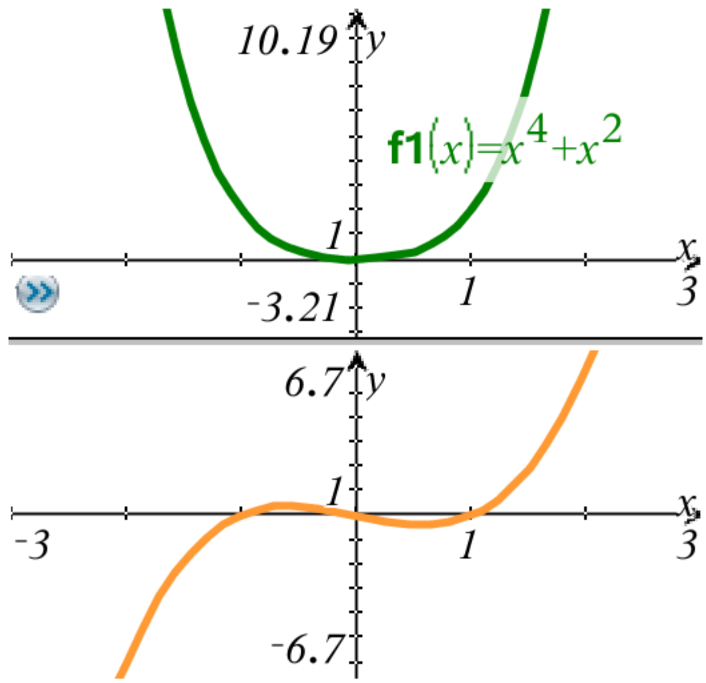
1. **S**ymétrie (paire, impaire, ni l'une ni l'autre)
2. **A**symptotes (limites)
3. **M**aximum et minimum (première dérivée)
4. **P**oint d'inflexion (deuxième dérivée)
5. **O**rdonnée (y lorsque x = 0)
6. **A**bscisse (x lorsque y = 0)

Rappel pour la symétrie

Fonction paire

Une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des y.

Vérification : $f(-x)=f(x)$



Fonction impaire

Une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

Vérification : $f(-x)=-f(x)$

Exemple

Esquisse les graphiques des fonctions suivantes :

a) $f(x)=x^3+6x^2+9x$

b) $f(x)=x^4-5x^3+x^2+21x-18$

a) $f(-x)=-x^3+6x^2-9x$

Aucune symétrie

Aucune asymptote −

c'est une fonction polynôme

$f'(x)=3x^2+12x+9$

$0=x^2+4x+3$

$0=(x+3)(x+1)$

Les nombres critiques sont

x=−3 et x=−1

Les points critiques sont

$f(-3)=0$ et $f(-1)=-4$.

$f'(-4)>0$ $\quad f'(-2)<0$ $\quad f'(0)>0$

Donc, il y a un maximum à

(−3,0) et un minimum à (−1,−4).

$f''(x)=6x+12$

$0=x+2$

Il y a possiblement un point d'inflexion à x=−2.

$f''(-3)<0$ $\quad f''(-1)>0$

Donc, il y a un point d'inflexion à (−2,−2).

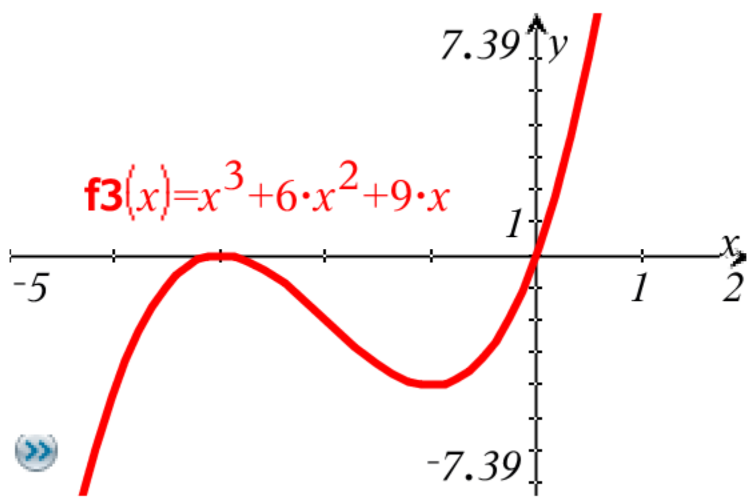
Ordonnée à $f(0)=0$

Abscisse à $0=x^3+6x^2+9x$

$0=x(x^2+6x+9)$

$0=x(x+3)^2$

$x=-3$ et $x=0$



b) $f(x)=x^4-5x^3+x^2+21x-18$

$f(-x)=x^4+5x^3+x^2-21x-18$

Aucune symétrie

Aucune asymptote (fnc polynôme)

$f'(x)=4x^3-15x^2+2x+21$

$0=4x^3-15x^2+2x+21$

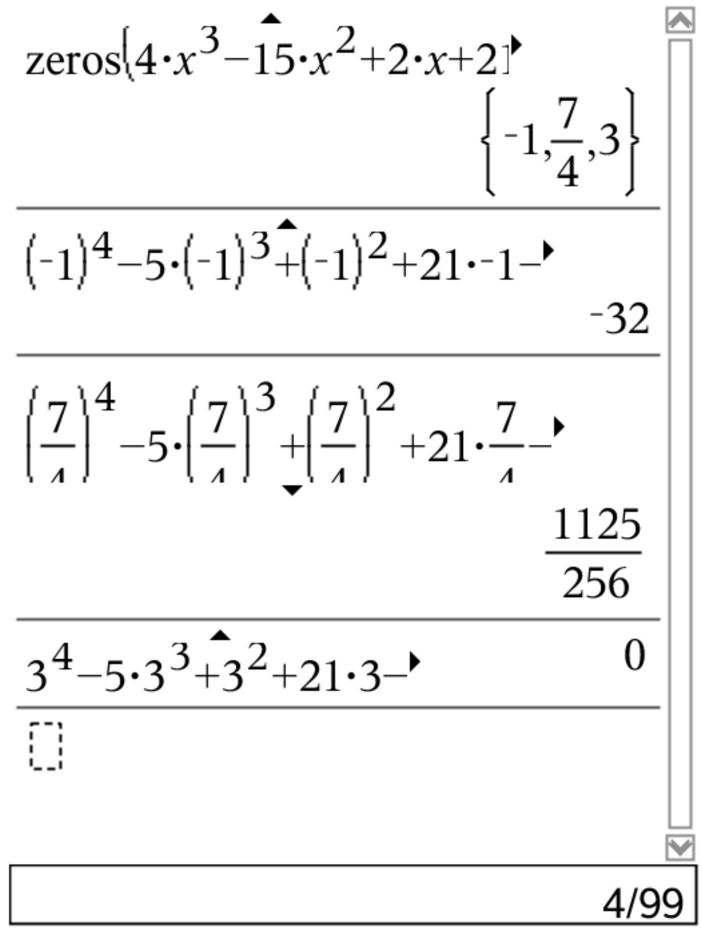
On peut utiliser TInspire pour trouver les zéros.

$x=-1,\ x=\dfrac{7}{4},\ x=3$ (# critiques)

$(-1,-32),\ \left(\dfrac{7}{4},\ \dfrac{1125}{256}\right),\ (3,0)$

$f'(-2)<0 \quad f'(0)>0 \quad f'(2)<0 \quad f'(4)>0$

Donc, (−1,−32) et (3,0) sont des minimums et $\left(\dfrac{7}{4},\ \dfrac{1125}{256}\right)$ est un maximum.



$f''(x)=12x^2-30x+2$

$0=6x^2-15x+1$

Utilise TInspire pour résoudre

$x=0{,}068$ et $x=2{,}43$

$f''(0)>0$ $f''(1)<0$ $f''(3)>0$

$(0{,}068,-16{,}57)$ et $(2{,}43,2{,}06)$ sont des points d'inflexion.

Ordonnée à $f(0)=-18$

Abscisse à x=−2, x=1 et x=3

$\text{zeros}(6\cdot x^2-15\cdot x+1,x)$

$\left\{\frac{-(\sqrt{201}-15)}{12},\frac{\sqrt{201}+15}{12}\right\}$

$\text{zeros}(6\cdot x^2-15\cdot x+1,x)$

$\{0.068546,2.43145\}$

$(0.068)^4-5\cdot(0.068)^3+(0.068)^2+21\cdot 0.$

-16.5689

$(2.43)^4-5\cdot(2.43)^3+(2.43)^2+21\cdot 2.43$

2.05821

$\text{zeros}(x^4-5\cdot x^3+x^2+21\cdot x-18$ $\{-2,1,3\}$

5/99