

La décroissance exponentielle : comprendre les exposants négatifs

Exploration

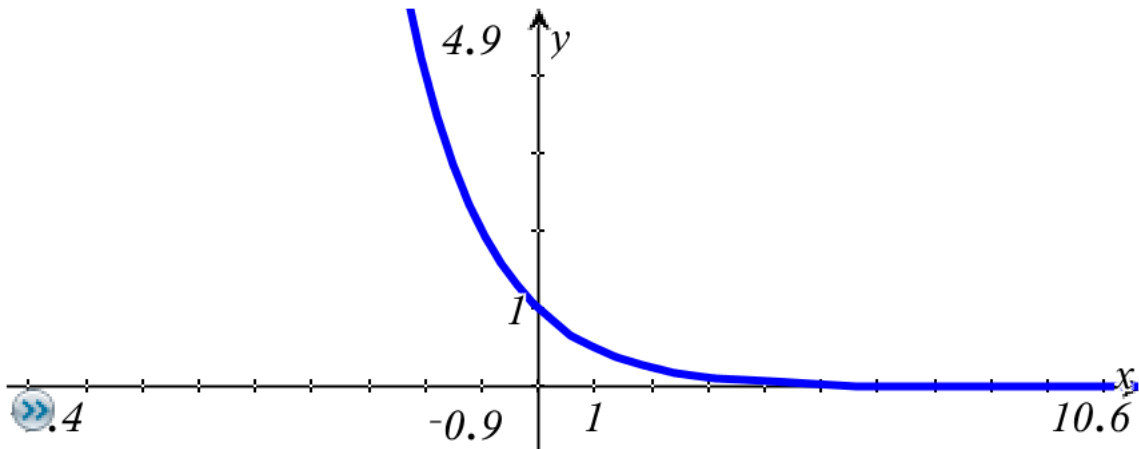
p. 160 #1 – 3

La décroissance exponentielle

Un modèle de décroissance où chaque terme est multiplié par une valeur constante située entre 0 et 1 pour produire le suivant.

Ses différences finies présentent une régularité exponentielle : le rapport entre deux différences finies consécutives est constant.

Sa représentation graphique décroît à un taux qui diminue constamment.



Revue : Les exposants négatifs

Évalue chaque expression

a) $(-2)^{-4} + 4^{-2}$

$$= \frac{1}{(-2)^4} + \frac{1}{4^2}$$
$$= \frac{1}{8}$$

b) $\frac{(4^{-2})^{-3}}{4^8}$

$$= \frac{4^6}{4^8}$$
$$= \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^1} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(-\frac{27}{8}\right)^{-2} \\ &= \frac{1}{\left(-\frac{27}{8}\right)^2} \\ &= \left(-\frac{8}{27}\right)^2 = \frac{64}{729} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{a^2 b^{-3}}{a^{-1} b^2} \\ &= \frac{a^3}{b^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \left(2u^3 v^{-2}\right)^{-3} \\ &= 2^{-3} u^{-9} v^6 \\ &= \frac{v^6}{8u^9} \end{aligned}$$

Exemple

L'uranium 239 qui se désintègre se transforme en une autre substance, le plutonium 239. Il s'agit d'un déchet très toxique dont la demi-vie (24 ans) est beaucoup plus longue que celle de l'uranium. Détermine approximativement le temps qu'il faut pour qu'un échantillon de 50mg de plutonium 239 se désintègre jusqu'à ce qu'il ne reste que 10% de la quantité initiale.

Soit d , la demi-vie et Q , la quantité restante de l'échantillon de plutonium 239.

$$Q(d) = 50 \left(\frac{1}{2} \right)^d$$

$$10\% \text{ de } 50 = 5 \text{ mg}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc, } Q(3,32) &= 50 \left(\frac{1}{2} \right)^{3,32} \\ &= 5,0066 \end{aligned}$$

Il faut environ 3,32 demi-vies ou 79,68 ($3,32 * 24$) années avant qu'il reste 5mg de plutonium 239 d'un échantillon de 50mg.