4.5 Les transformations de fonctions exponentielles

Rappel

$y=af(k(x-c))+d$

- a : agrandissement/rétrécissement vertical et/ou réflexion
- k : agrandissement/rétrécissement horizontal et/ou réflexion
- c : translation horizontale
- d : translation verticale

Les mêmes transformations s'appliquent aux fonctions exponentielles.

Les transformations qui modifient la forme

$g(x)=af(x)$ − Agrandissements, rétrécissements et réflexions verticaux

Si $a>1$: agrandissement vertical de rapport a

Si $0<a<1$: rétrécissement vertical de rapport a

Si $a<0$: réflexion verticale (par rapport à l'axe des x)

La valeur de a représente l'ordonnée à l'origine du graphique (s'il n'y a aucune autre transformation)

$g(x)=f(kx)$ − Agrandissement, rétrécissements et réflexions horizontaux

Si $k>1$: rétrécissement horizontal de rapport 1/k

Si $0<k<1$: agrandissement horizontal de rapport 1/k

Si $k<0$: réflexion horizontale (par rapport à l'axe des y)

On peut toujours changer la base lorsqu'il y a une valeur de k

Exemple $2^{4x}=16^{x}$, $2^{-2x}=(1/4)^{x}$

Les transformations qui déplacent le graphique

$g(x)=f(x)+d$ − Translation verticale

Si $d>0$: translation verticale de d vers le haut

Si $d<0$: translation verticale de d vers le bas

$y=d$ est donc l'asymptote horizontale du graphique et $(a+d)$ est l'ordonnée à l'origine

$g(x)=f(x-c)$ − Translation horizontale

Si $c>0$: translation horizontale de c vers la droite

Si $c<0$: translation horizontale de c vers la gauche

Voir les graphiques qui résument les transformations dans la boîte des Concepts clés à la page 194.

Exemple

Trace le graphique des fonctions suivantes à partir du graphique de la fonction de base y=3^(x). Décris tout effet de la transformation sur l'asymptote, le domaine et l'image. Inclut les valeurs des coordonnées à l'origine.

a) $y=3^{x}-4$

Translation verticale vers le bas de 4

Soit $f(x)=3^{x}$, donc $y=f(x)-4$

$y=-4$ est l'équation de l'asymptote

$\{x\in\mathbb{R}\}$ $\{y>-4, y\in\mathbb{R}\}$ (0, −3) et (1,26, 0)

b) $y=3^{x-2}$

Translation horizontale vers la droite de 2

Soit $f(x)=3^{x}$, donc $y=f(x-2)$

$y=0$ est l'équation de l'asymptote

$\{x\in\mathbb{R}\}$ $\{y>0, y\in\mathbb{R}\}$ (0, 1/9)

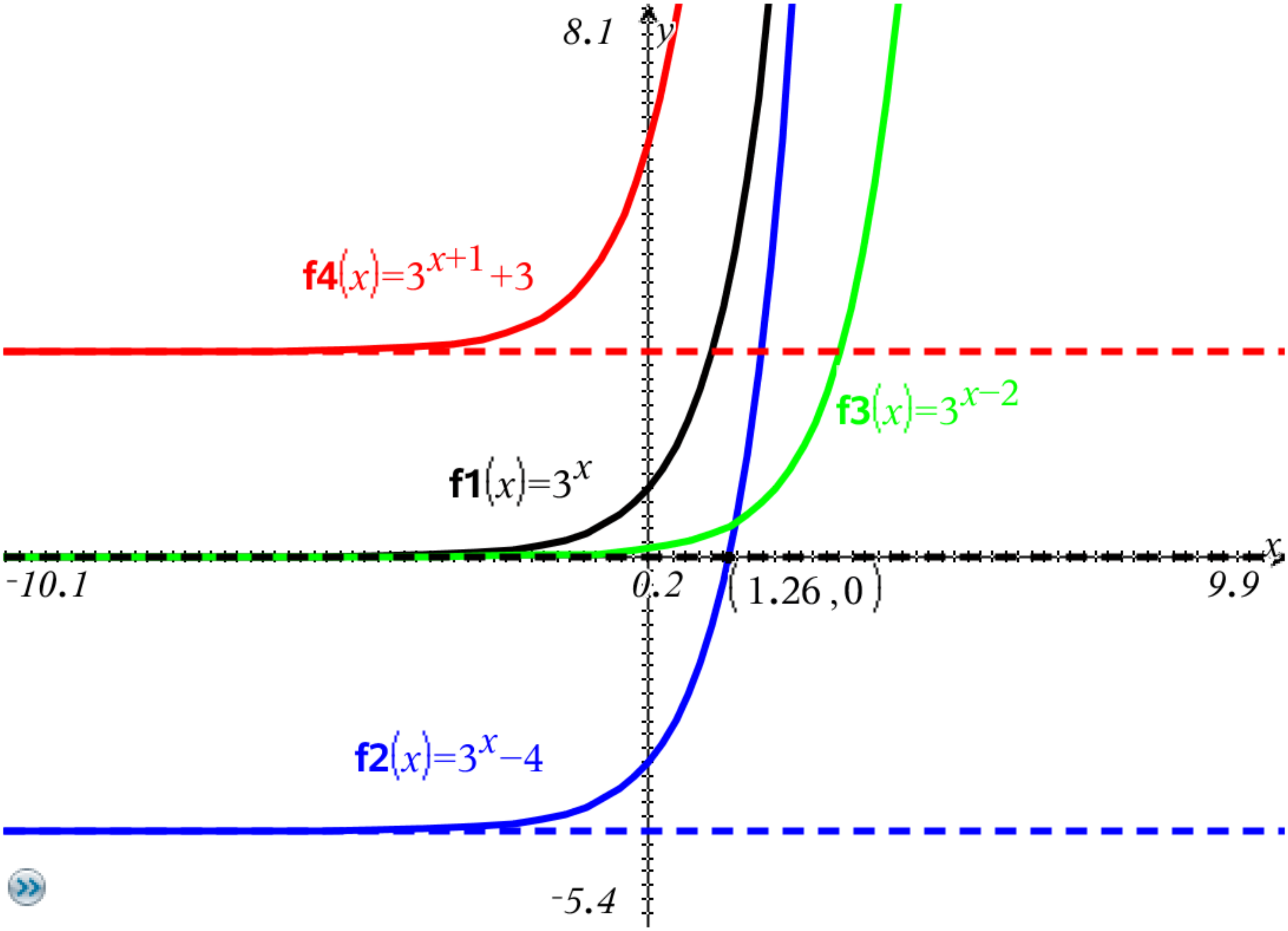
c) $y=3^{x+1}+3$

Translation horizontale vers la gauche de 1 et une translation verticale vers le haut de 3

Soit $f(x)=3^{x}$, donc $y=f(x+1)+3$

$y=3$ est l'équation de l'asymptote

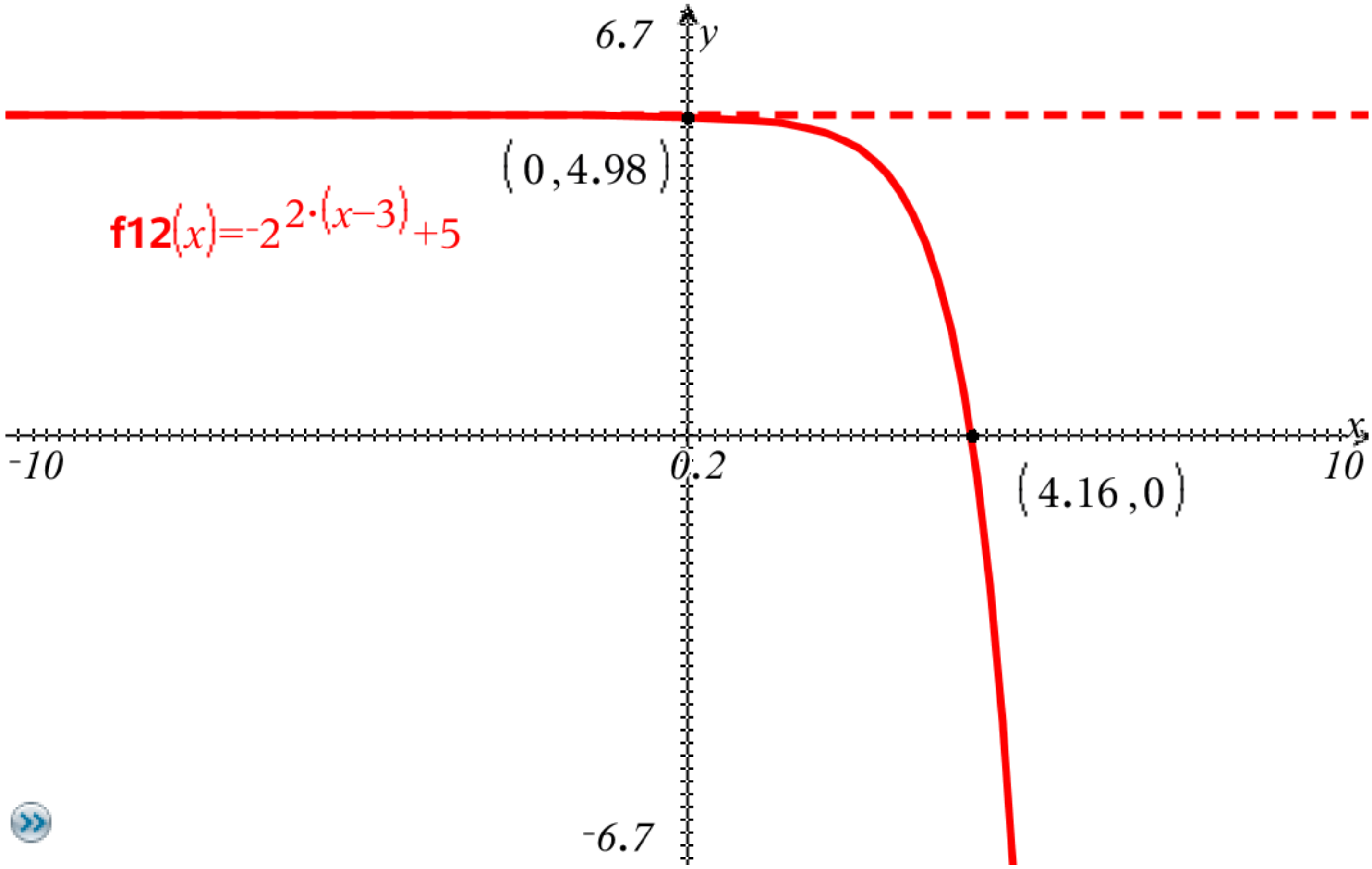
$\{x\in\mathbb{R}\}$ $\{y>3, y\in\mathbb{R}\}$ (0, 6)



Exemple

Trace le graphique de la fonction $y=-2^{2(x-3)}+5$.

Décris les transformations à l'aide de mots et à l'aide de la notation fonctionnelle et donne les caractéristiques principales (domaine, image, équation de l'asymptote, coordonnées à l'origine, croissance/décroissance)



Soit $f(x)=2^{x}$ ou Soit $f(x)=4^{x}$

$y=-f(2(x-3))+5$ $y=-f(x-3)+5$

Réflexion verticale, rétrécissement horizontal de rapport 1/2, translation horizontale vers le droite de 3, translation verticale vers le haut de 5.

$\{x\in\mathbb{R}\}$ $\{y<-5, y\in\mathbb{R}\}$

$y=5$ est l'équation de l'asymptote

Les coordonnées à l'origine sont : (0, 4,98) et (4,16,0)

La courbe est toujours décroissante