5.2 Les angles co−terminaux et les angles associés

Les rapports trigonométriques peuvent représenter des quantités comme le courant alternatif, qui alimente notamment les moteurs électriques. Les problèmes comportant des quantités trigonométriques ont rarement une seule solution et peuvent en avoir un nombre infini. Il importe de trouver toutes les solutions possibles, puis de choisir celles qui conviennent.

Dans cette leçon, tu apprendras à déterminer les angles qui ont un même rapport trigonométrique et tu découvriras ce qu'ils ont en commun.

Exemple

a) SinA=3/5 et l'angle A est situé dans le quadrant I. Détermine la valeur exacte de cosA et de tanA.

Puisque sinA=y/r, cosA=x/r et tanA=y/x dont r représente la longueur du rayon (de l'hypoténuse) et x et y représente les longueurs des deux autres côtés dans le plan cartésien.

Nous savons aussi que x^(2)+y^(2)=r^(2).

Donc, nous pouvons trouver la troisième mesure et écrire les deux autres rapports trigonométriques.

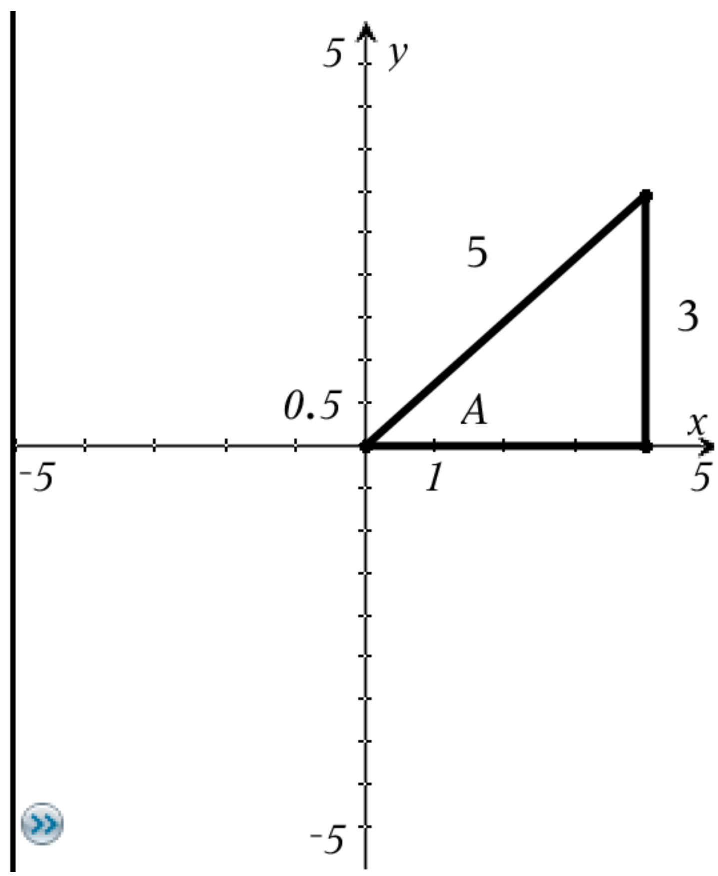
$x^2+3^2=5^2$

$x^2=25-9$

$x^2=16$

$x=4$

Donc, $cosA=\dfrac{4}{5}$ et $tanA=\dfrac{3}{4}$.

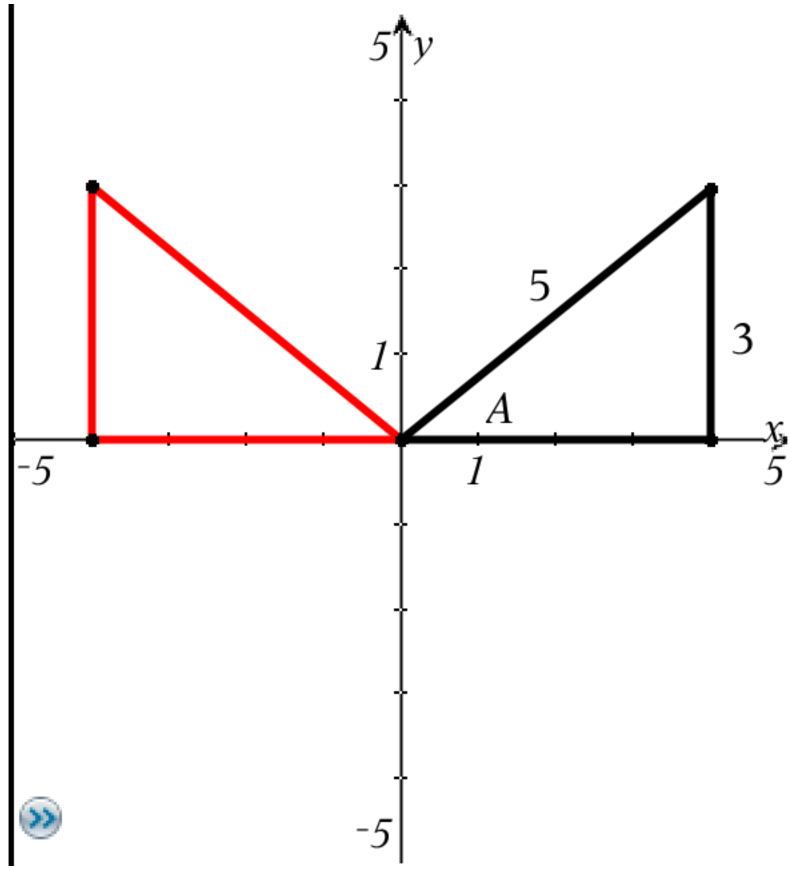


Exemple

b) Détermine les rapports trigonométriques de base d'un autre angle entre 0° et 360° qui a le même sinus.

Le même sinus aura lieu dans le deuxième quadrant. Donc, le y et le r sont positif, mais le x est négatif.

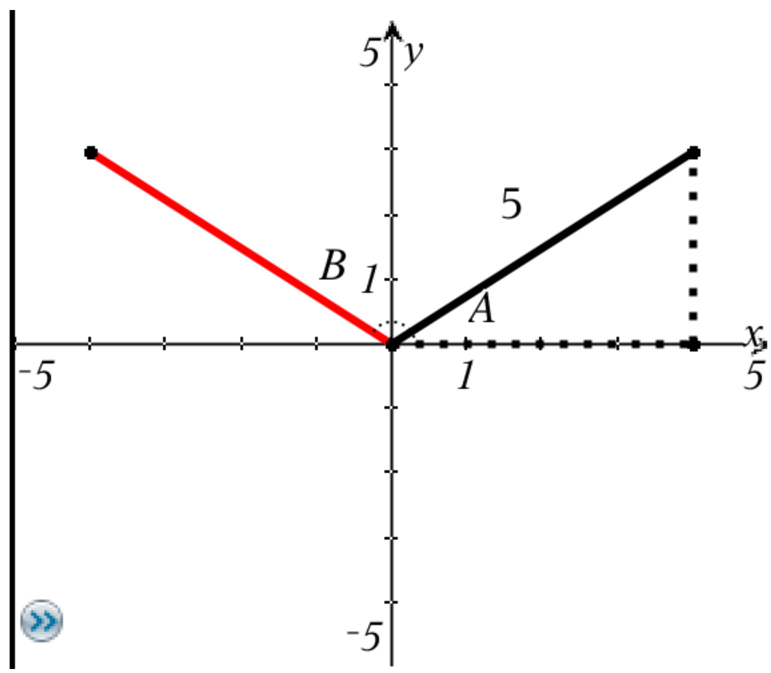
$sinB=\frac{3}{5}$, $cosB=\frac{-4}{5}$ et $tanB=\frac{-3}{4}$.



c) Fais un schéma qui montre la position des deux angles. Qu'ont-ils en commun?

Ils ont la même hauteur et longueur de rayon. Donc, ils ont le même sinus.

Un angle est une réflexion de l'autre.



d) Détermine la mesure des deux angles au degré près à l'aide d'une calculatrice.

$sinA=\frac{3}{5}$

$A=\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

$A=36{,}87°$

(On ne peut pas utiliser sinB puisque nous allons avoir la même réponse, donc il faut utiliser un autre rapport trigonométrique pour trouver B).

$cosB=\frac{-4}{5}$

$B=\cos^{-1}\left(\frac{-4}{5}\right)$

$B=143{,}13°$

Exemple

a) Détermine un angle entre 0° et 360° qui a le même cosinus que ∠A de la question 1. Quelle est la relation entre cet angle et ∠A?

Si l'angle a le même cosinus ($cosA=\frac{4}{5}$), il faut que l'angle soit dans le 4e quadrant.

Donc, si l'angle A mesure 36,87°, l'angle C qui a le même cosinus sera à un angle de 360°−36,86°, donc 323,14°.

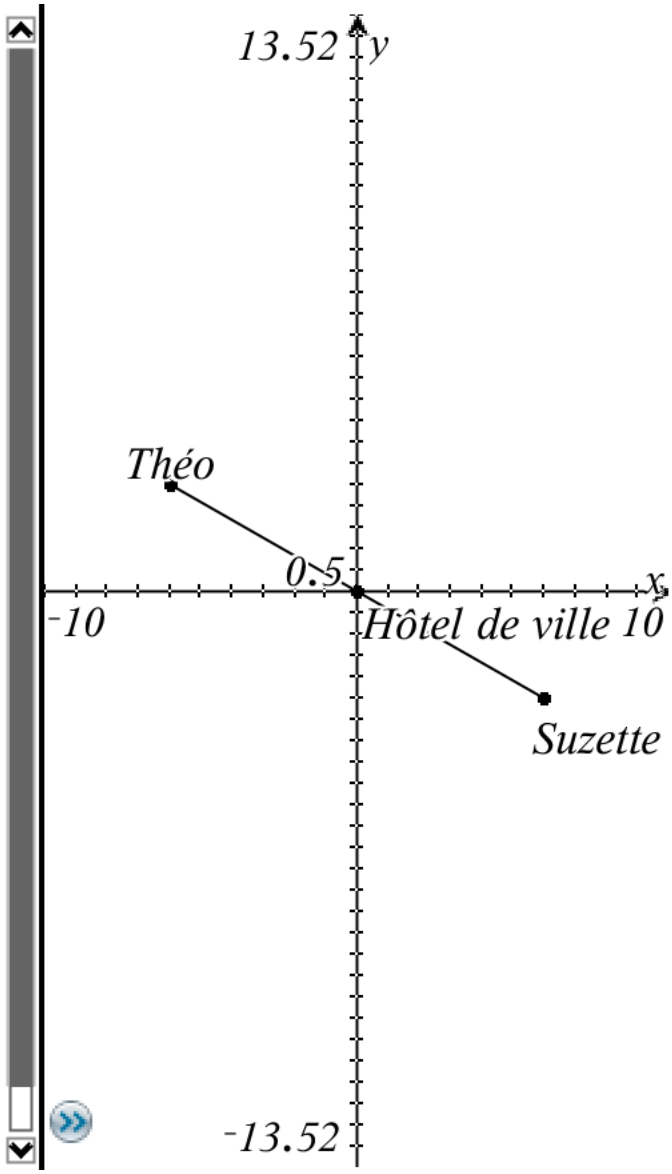
b) Détermine un angle entre 0° et 360° qui a la même tangente que ∠A de la question 1. Quelle est la relation entre cet angle et ∠A?

Si l'angle a la même tangente ($tanA=\frac{3}{4}$), il faut que l'angle soit dans le 3e quadrant.

Donc, si l'angle A mesure 36,87°, l'angle D qui a la même tangente sera à un angle de 180°+36,86°, donc 216,86°.

Exemple

On a dessiné le plan de Port−Saint−Jean dans un plan cartésien où la distance entre les lignes du quadrillage représente 1km. L'hôtel de ville est situé à l'origine du plan cartésien : la maison de Théo est en (−6, 2,5).



a) L'angle de rotation de la maison de Suzette a la même tangente que celui de la maison de Théo. Où est la maison de Suzette?

Si l'angle a la même tangente, elle doit être dans le quatrième quadrant.

Donc, avec les coordonnées de (6,−2,5).

b) Détermine les angles trigonométriques correspondants si les segments qui relient l'origine à chacune des maisons en constituent les côtés terminaux. Arrondis tes réponses au degré près.

Soit T, l'angle trigonométrique représentant la maison de Théo et S, l'angle trigonométrique représentant la maison de Suzette.

$6^2+(2,5)^2=r^2$

$42,25=r^2$

$r=6,5$

Donc,

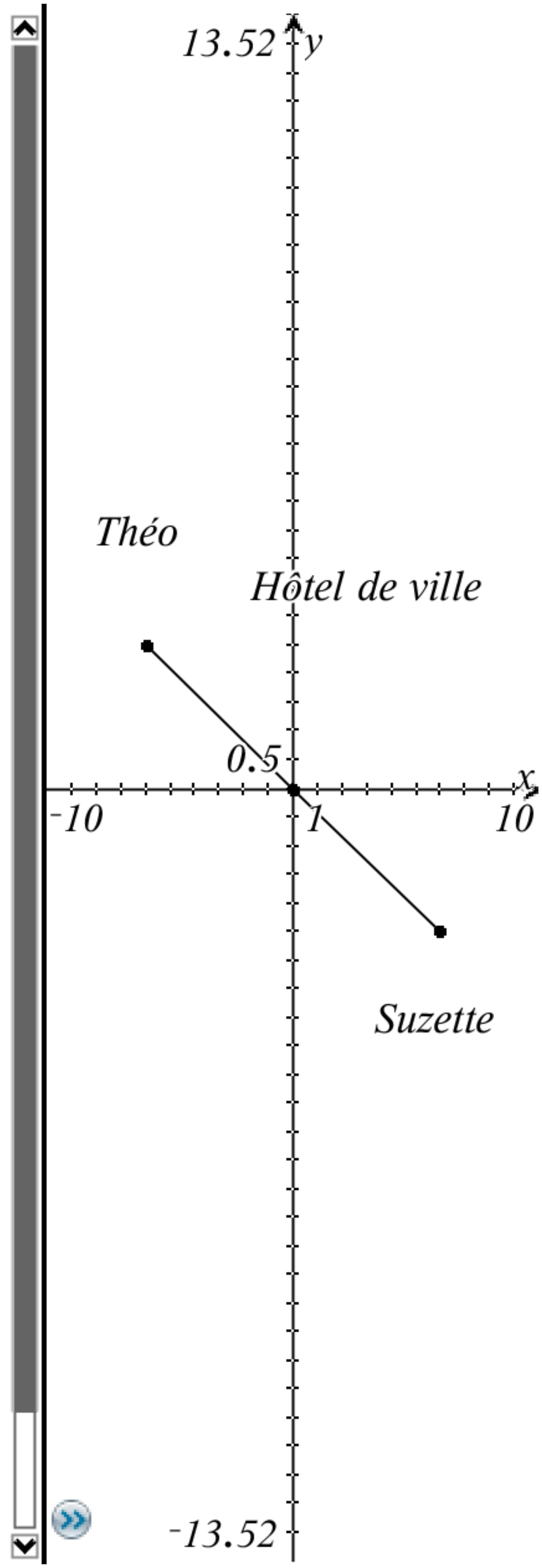
$cosT=\frac{-6}{6,5}$

$T=\cos^{-1}\left(\frac{-6}{6,5}\right)$

$T=157°$

Alors, $S=157°+180°$

$S=337°$



Exemple

a) Détermine trois angles positifs dont le côté terminal coïncide avec celui d'un angle de 30°.

En utilisant le cercle unitaire, les trois angles sont : 150°, 210° et 330°.

b) Détermine trois angles négatifs dont le côté terminal coïncide avec celui d'un angle de 30°.

En utilisant le cercle unitaire dans le sens de l'horloge, les trois angles sont : −30°, −150° et −210°.