

L'équation de fonctions sinusoidales

Exemple 1

Une ingénieure utilise la fonction $y = 3\cos\{2(x-5)\} + 4$ pour représenter la position verticale y , en mètres, d'une tige d'un appareil x secondes après sa mise en marche.

a) Indiquez l'amplitude, la période, le déphasage et le déplacement vertical de la fonction.

L'amplitude est 3 mètres..

La période est de $\frac{360}{2} = 180$ secondes.

Le déphasage est de 5 secondes vers la droite.

Le déplacement vertical est de 4 mètres vers le haut.

b) Quelle est la position verticale de la tige à son plus bas et à son plus haut?

Le minimum de la fonction cosinus de base est de -1 .

Donc, le nouveau minimum est de $3(-1) + 4 = 1$ mètre.

Le maximum de la fonction cosinus de base est de 1 .

Donc, le nouveau maximum est de $3(1) + 4 = 7$ mètres.

c) Indiquez le domaine et l'image de la fonction de base et de la transformée.

$\{x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$ et $\{1 \leq y \leq 7, y \in \mathbb{R}\}$

Exemple 2

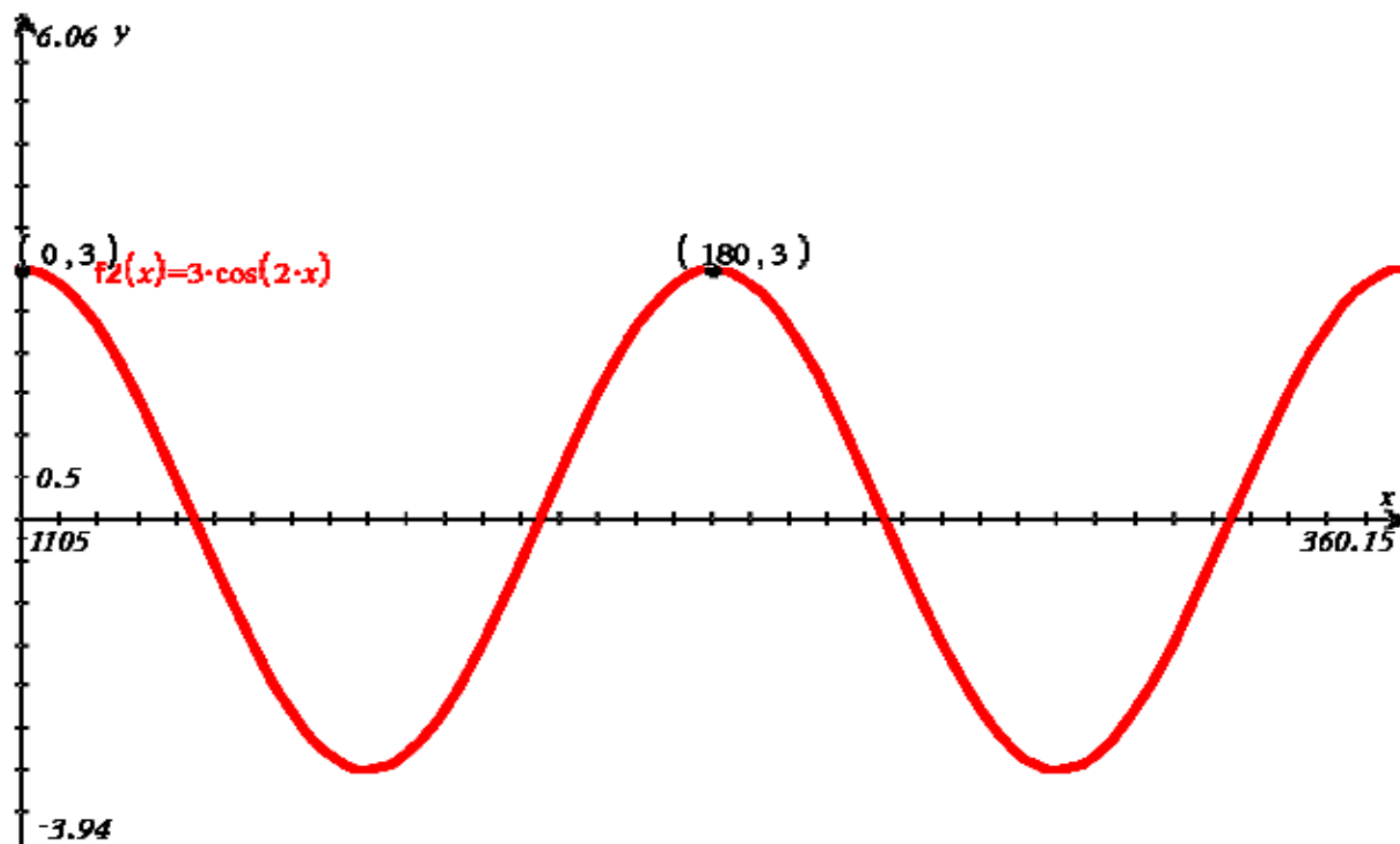
Une fonction sinusoïdale a une amplitude de 3 unités, une période de 180° et un maximum en $(0,5)$. Représente cette fonction par deux équations différentes.

$$a=3$$

$$k = \frac{360}{180}$$

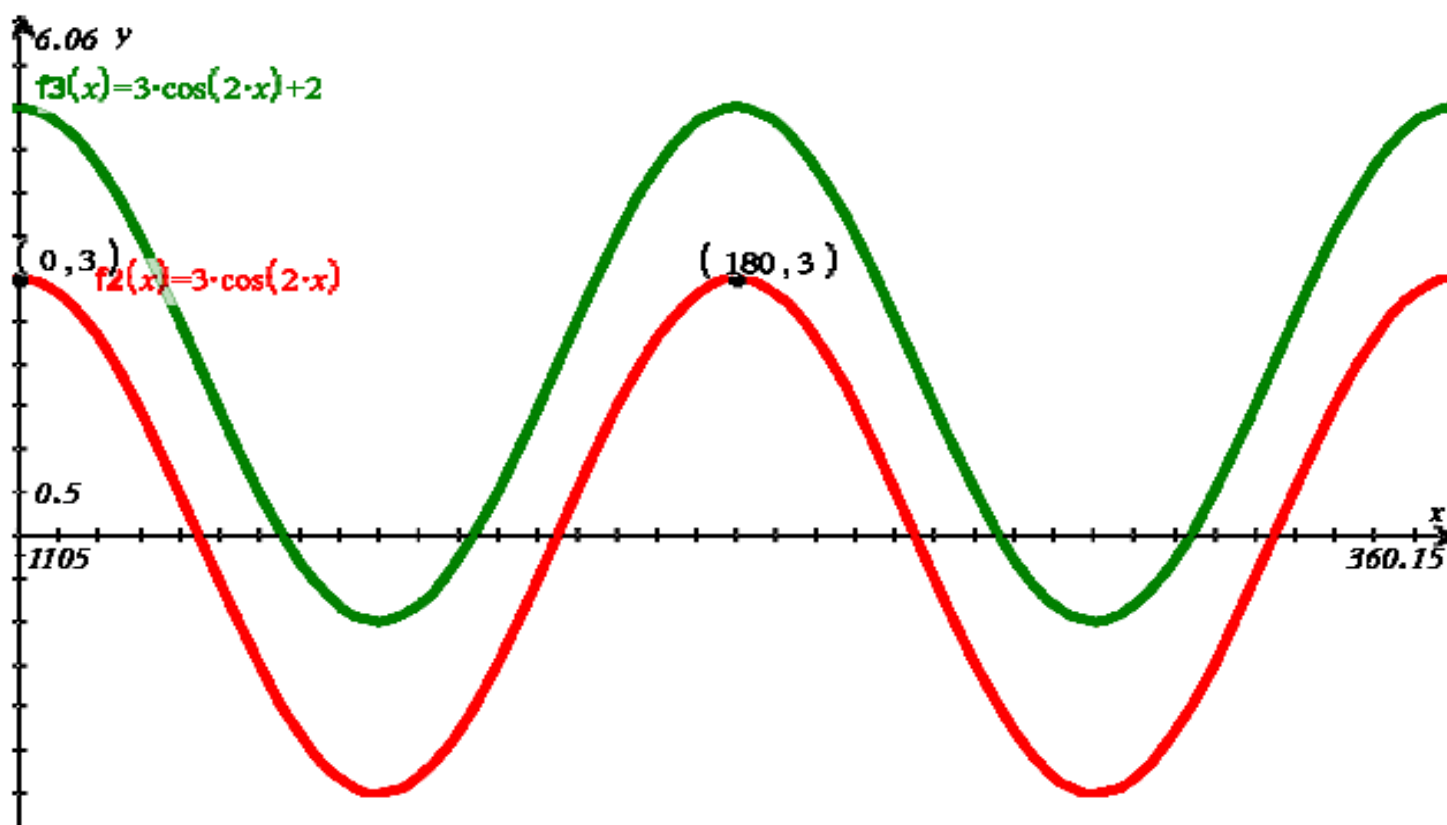
$$=2$$

Si on trace le graphique à ce point, on aurait le suivant.



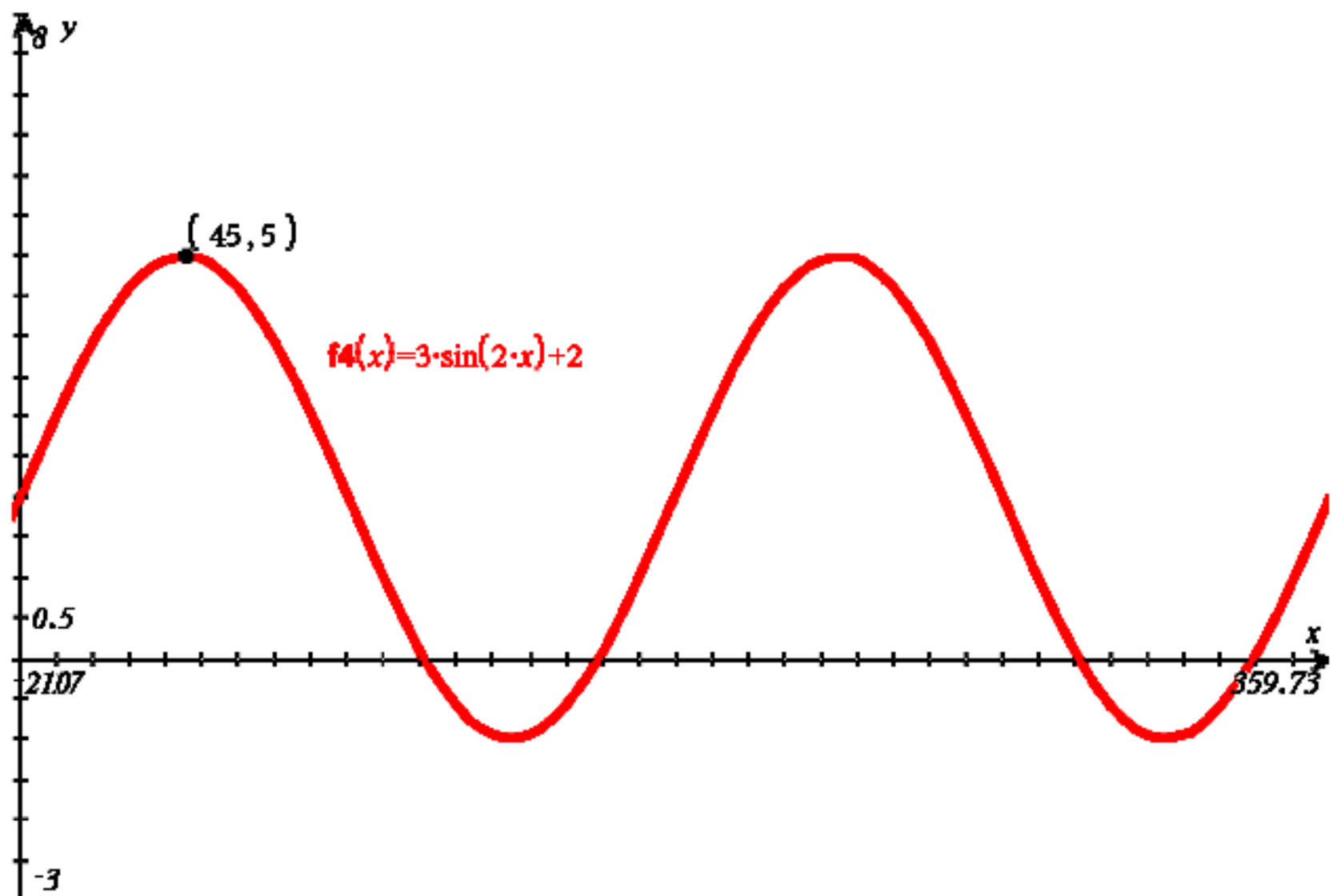
L'ordonnée à l'origine n'est pas à $(0,5)$, mais plutôt à $(0,3)$. Donc, il faut faire un déplacement vertical de 2 du graphique de $\cos(x)$ sans déphasage.

Alors, l'équation serait $f(x) = 3\cos(2x) + 2$.

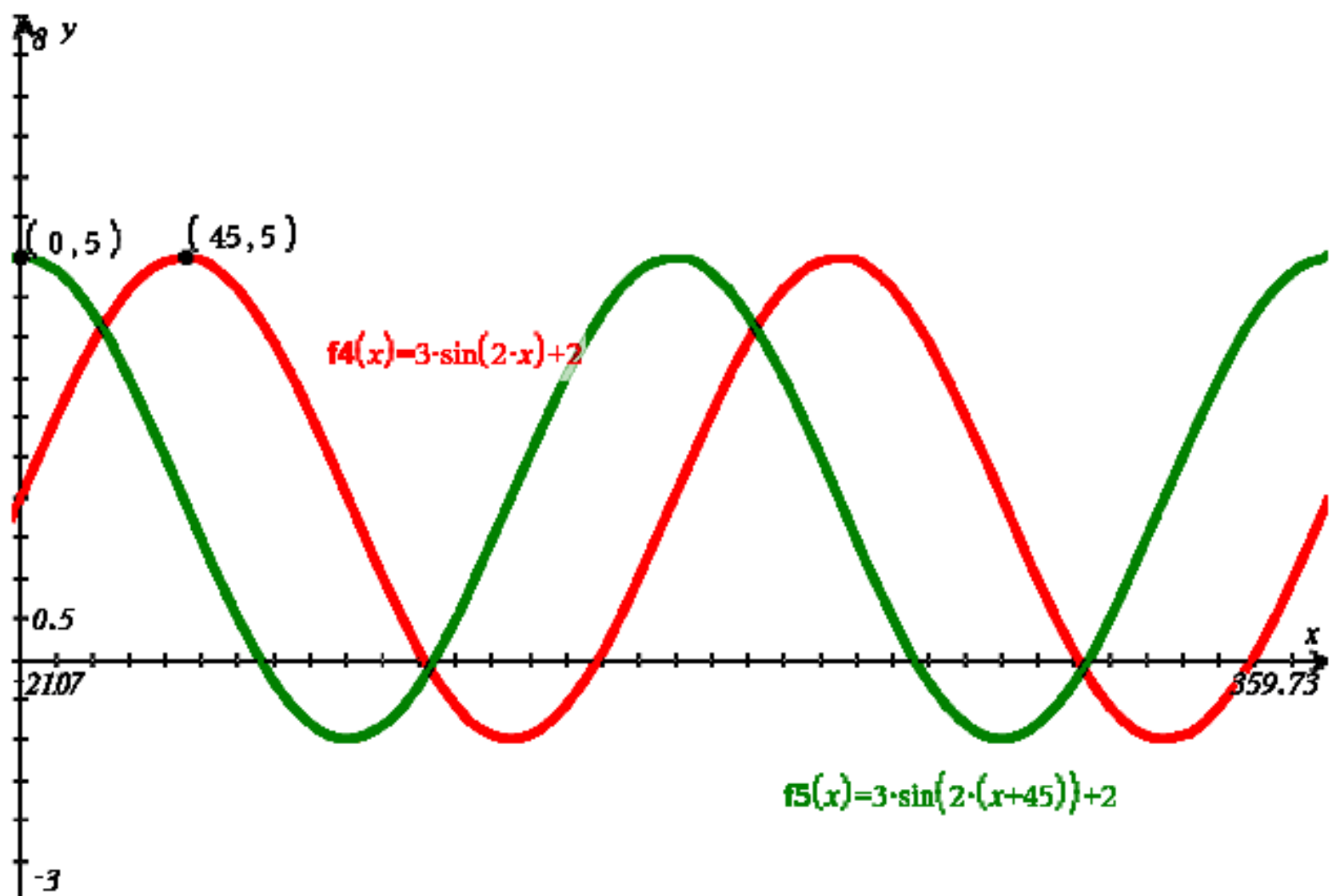


Une autre équation serait en utilisant la fonction $\sin(x)$.

Donc, $f(x) = 3\sin(2x) + 2$, mais nous remarquons que ceci requiert un déphasage de 45° vers la gauche.



Donc, la deuxième équation serait $f(x) = 3\sin(2(x+45)) + 2$.



Exemple 3

Détermine l'équation de la fonction sinusoidale représentée par le graphique ci-dessous.

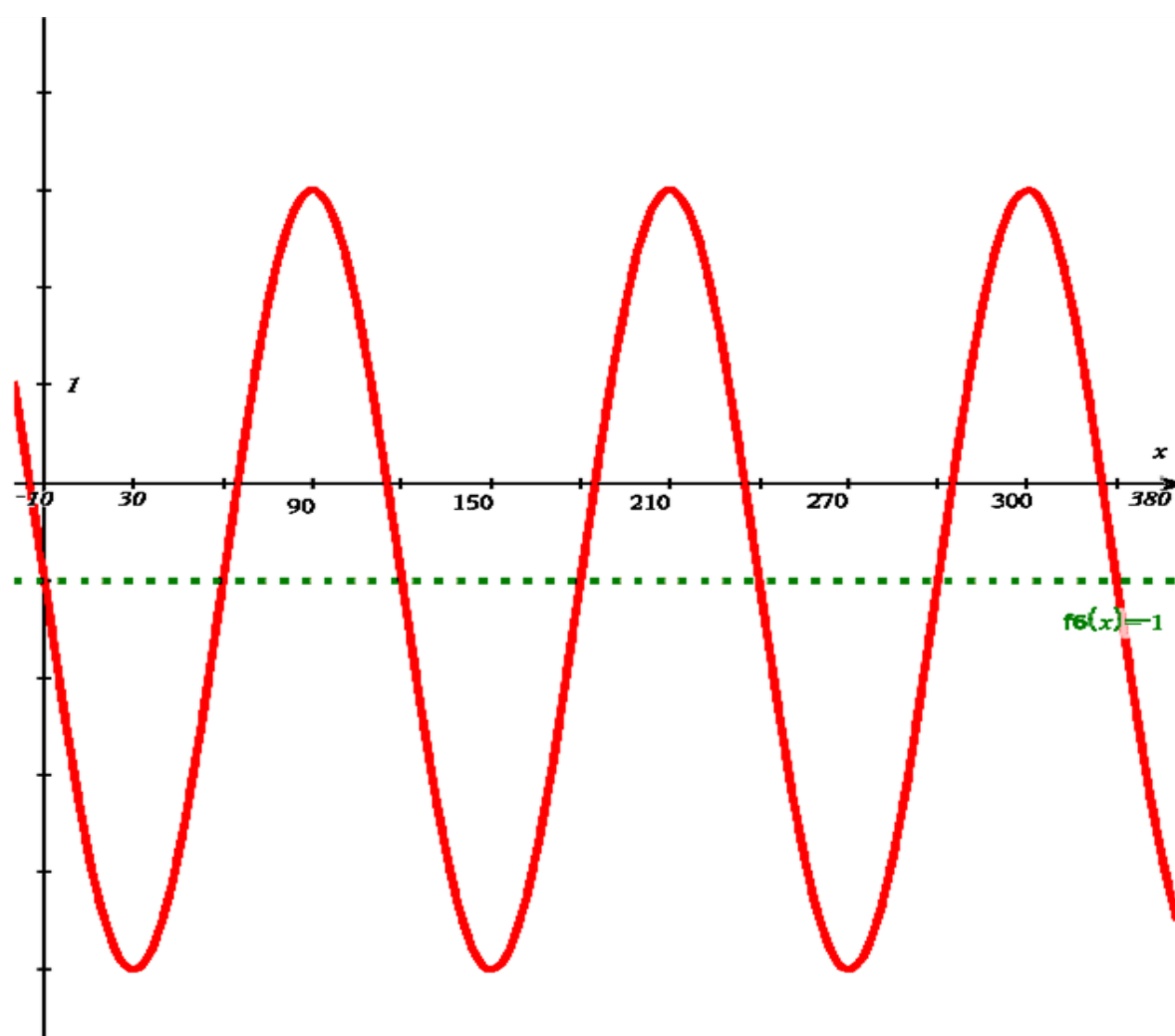
Le milieu vertical du graphique est à -1 .

Donc, $d = -1$.

Amplitude est $\frac{3 - (-5)}{2} = 4$.

La période est de 120° .

Donc, $k = \frac{360}{120}$
 $= 3$.



Si on choisit de faire la fonction de $\sin(x)$, on pourrait faire une réflexion verticale et aucun déphasage.

$$f(x) = -4\sin(3x) - 1.$$

Si on fait la fonction $\sin(x)$ sans réflexion, il faut faire un déphasage de 60° vers la gauche.

$$g(x) = 4\sin(3(x+60)) - 1.$$

Si on fait la fonction $\cos(x)$, il faut faire un déphasage de 90° vers la gauche.

$$h(x) = 4\cos(3(x+90)) - 1.$$

Si on fait la fonction $\cos(x)$ avec une réflexion verticale, il faut faire un déphasage de 30° vers la gauche.

$$k(x) = -4\cos(3(x+30)) - 1.$$