La fonction exponentielle et sa réciproque

Un vieux timbre vaut actuellement 60$. La valeur de ce timbre augmentera de façon exponentielle de 15% par année.

a) Conçois un modèle mathématique qui représente cette situation.

Soit t, le temps en années et V, la valeur du timbre en dollars.

$V(t)=60(1,15)^t$

b) Quelle est la valeur du timbre après 2 ans?

$v(2)=60\cdot(1.15)^2$

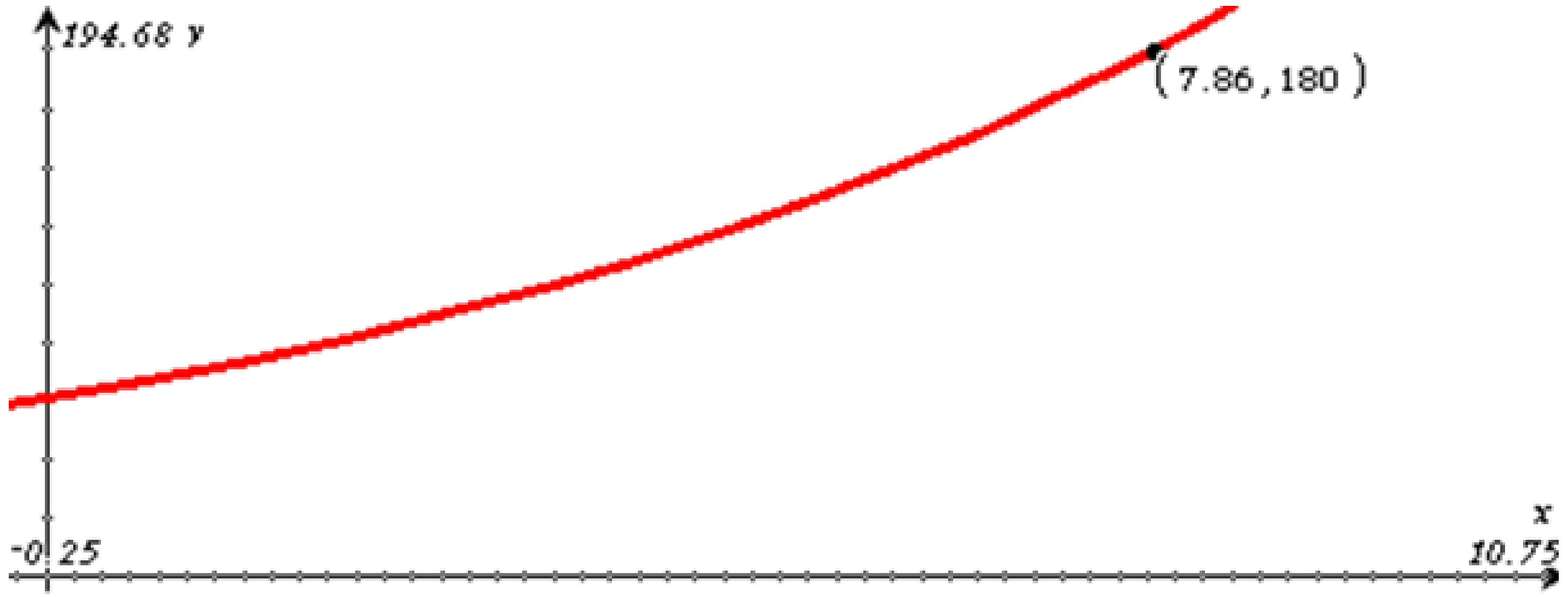
$=79,35\$$

c) Dans combien d'années le timbre vaudra-t-il trois fois sa valeur initiale?

$180=60(1,15)^t$

$3=1,15^t$

$t\approx 7,9$ *années* (On pitonne des valeurs pour t afin de trouver la valeur cherchée).



Activité d'exploration

Pages photocopiées

Rappel : La réciproque

o La réciproque d'une fonction est représentée par la notation $f^{-1}(x)$.

o On peut déterminer la réciproque d'une fonction en intervertissant le domaine et l'image de cette fonction.

o On peut déterminer la réciproque d'une fonction en intervertissant x et y dans l'équation qui définit cette fonction.

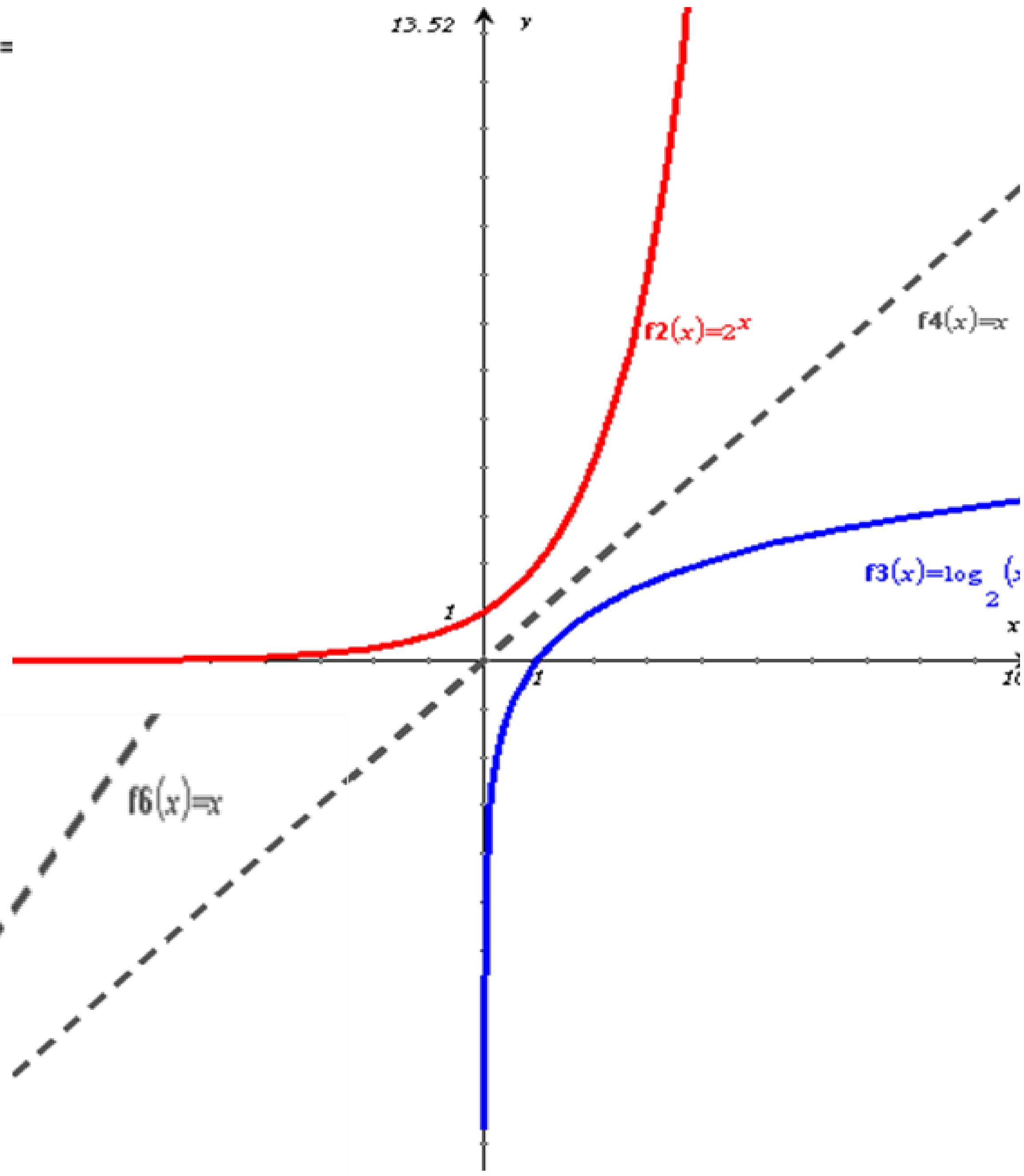
o La représentation graphique d'une fonction et celle de sa réciproque sont congruentes et l'une est l'image de l'autre par une réflexion par rapport à la droite d'équation $y=x$ (une droite oblique).

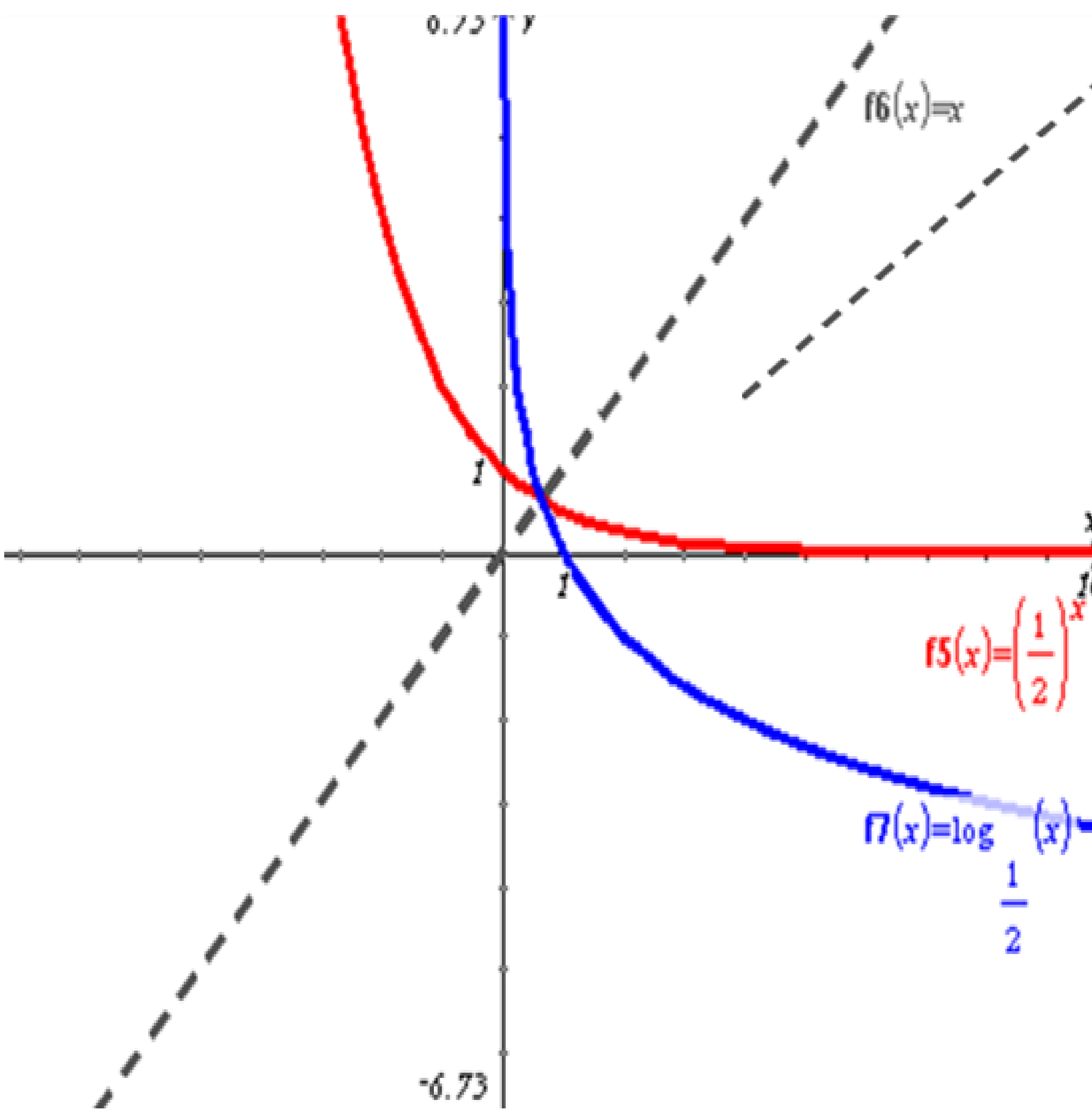
Le logarithme

On peut écrire la fonction exponentielle $x=a^y$ sous la forme d'une fonction logarithmique $y=\log_a(x)$, où $a>0$ et $a\neq 1$.

Un logarithme est l'exposant qu'il faut affecter à la base a pour lui donner la valeur x.

$y=\log_a(x)$ est donc la réciproque de $y=$





Les caractéristiques de la fonction logarithmique

Étant donné que la fonction logarithmique $y = \log_a(x)$ est la réciproque de la fonction exponentielle $y = a^x$, les caractéristiques de la fonction logarithmique sont les suivantes :

- le domaine est l'ensemble des nombres réels positifs;
- l'image est l'ensemble des nombres réels;
- l'abscisse à l'origine est 1;
- elle n'a pas d'ordonnée à l'origine, puisque le graphique ne rencontre jamais l'axe des ordonnées. L'axe des y est donc l'asymptote du graphique. L'asymptote verticale a donc pour équation $x = 0$;
- elle est croissante lorsque a >1 et y augmente lorsque x augmente;
- elle est décroissante lorsque 0 < a < 1 et y diminue lorsque x augmente.