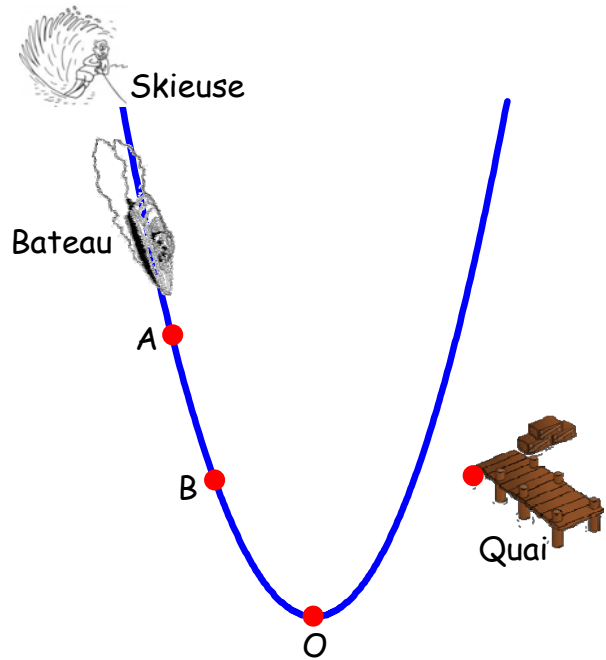


Activité sommative - CORRIGÉ

Les joies du ski nautique : Où est le quai?

Le ski nautique est une activité estivale populaire partout au Canada. Les skieuses et les skieurs tiennent une corde et se font tirer sur l'eau par un bateau à moteur.

Linda décide de faire du ski nautique par un après-midi ensoleillé. Après avoir skié pendant 15 minutes, elle signale au conducteur du bateau de la ramener au quai. Le conducteur dirige le bateau vers le quai, et à son approche, il effectue un virage parabolique. Si Linda lâche la corde au bon moment, elle glissera sur l'eau et arrêtera près du quai.



Suppose que le sommet de la parabole que parcourt le bateau correspond à l'origine. Le quai est situé à 30 mètres à l'est et à 30 mètres au nord de l'origine. Le bateau entreprend son approche à 30 mètres à l'ouest et à 60 mètres au nord de l'origine.

L'équation de la trajectoire parabolique est :

$$\begin{aligned}y &= ax^2 \\60 &= a(-30)^2 \\ \frac{60}{900} &= a \\ \frac{1}{15} &= a \\ y &= \frac{1}{15}x^2\end{aligned}$$

- a) Si Linda lâche la corde lorsqu'elle atteint le point A, vers quel endroit se dirige-t-elle par rapport au quai? Décris sa trajectoire à l'aide d'une équation.
(Indice : Elle parcourra une ligne droite.)

Si Linda lâche la corde lorsqu'elle atteint le point A, elle parcourra une ligne droite qui est la tangente à la parabole.

La pente de cette tangente se définit par $y' = \frac{2}{15}x$. La pente de la tangente au point A est donc :

$$y' = \frac{2}{15}(-30)$$

$$y' = -4$$

L'équation de la tangente au point A est donc :

$$60 = -4(-30) + b$$

$$-60 = b$$

$$y = -4x - 60.$$

Selon le temps qu'elle restera debout, elle se dirigera vers le sud en direction du quai, mais elle ne se dirigera pas assez rapidement vers l'est en direction du quai. Ce n'est pas un bon endroit pour lâcher la corde.

- b) Si Linda lâche la corde lorsqu'elle atteint le point B, vers quel endroit se dirige-t-elle par rapport au quai?

Le point B semble être à la même distance verticale au-dessus de l'origine que la quai. Suppose que $y = 30$ et résous pour x .

$$30 = \frac{1}{15}x^2$$

$$450 = x^2$$

$$-21,21 = x$$

Au point B, la pente de la tangente est d'environ :

$$\begin{aligned}y' &= \frac{2}{15}(-21,21) \\ &= -2,83\end{aligned}$$

Alors l'équation de la tangente trajectoire de Linda en B est :

$$\begin{aligned}30 &= -2,83(-21,21) + b \\ -30 &= b\end{aligned}$$

$$\text{Alors, } y = -2,83x - 30$$

Linda s'éloigne du quai, un peu à l'ouest du point O. Ce n'est pas un bon endroit pour lâcher la corde.

c) **Si Linda attend d'atteindre le point O, jusqu'à quel point passera-t-elle près du quai?**

Si Linda lâche la corde au point O, elle se déplacera à l'est de l'origine. Elle ne s'approchera jamais à plus de 30 mètres du quai. Cela se produirait quand Linda serait à 30 mètres à l'est de l'origine. Ce n'est pas un bon endroit pour lâcher la corde.

d) **À quel endroit (point) Linda doit-elle lâcher la corde pour se diriger droit vers le quai?**

Il faut déterminer la trajectoire qui est tangentielle à la trajectoire du bateau et qui touche le quai. Soit (x, y) , le point où Linda lâche la corde. Ce point vérifie l'équation de la parabole et de la tangente qui passe par le point $(30, 30)$.

$$\frac{2}{15}x = \frac{y - 30}{x - 30}$$

$$2x^2 - 60x = 15y - 450$$

$$y = \frac{2}{15}x^2 - 4x + 30$$

$$\frac{1}{15}x^2 = \frac{2}{15}x^2 - 4x + 30$$

$$0 = \frac{1}{15}x^2 - 4x + 30$$

$$0 = x^2 - 60x + 450$$

$$x = 51,21 \text{ ou } x = 8,79$$

La première réponse indique que l'on a dépassé le quai. Elle n'est pas acceptable.

Le point où Linda devrait lâcher la corde pour se diriger droit vers le quai est environ $(8,79, 5,15)$.

e) Quelles suppositions as-tu faites?

Les suppositions sont :

- La trajectoire du bateau est une parabole que l'on peut représenter par une équation du second degré.
- La skieuse suit la trajectoire du bateau.
- La skieuse se déplace en ligne droite après avoir lâché la corde.
- La skieuse reste sur ses skis et la quantité de mouvement est suffisante pour qu'elle atteigne le quai.
- L'eau est calme. La résistance du vent et du courant est minimale.

f) Afin de rendre cette situation plus réaliste, de quels autres renseignements as-tu besoin?

Si la skieuse ne reste pas exactement derrière le bateau, il faut connaître la longueur de la corde, puisque cela va changer la forme de la trajectoire de la skieuse.

