Applications de fonctions exponentielles décroissantes - CORRIGÉ

1. Le tableau ci-dessous décrit le refroidissement d'une tasse de chocolat chaud posée sur ta table.

Temps, t (min)	0	2	4	6	8	10
Température, T ($°C$)	58	48	40	33	27	23

a) Détermine une équation représentant la température du chocolat chaud, en degrés Celsius, T, après t minutes.

$$48 = 58(a)^2$$
$$a = 0{,}909$$

$$T(t) = 58(0{,}909)^t$$

b) Détermine, à l'aide de l'équation obtenue en a), la température du chocolat chaud après une demi-heure. Ta réponse est-elle vraisemblable? Explique.

$$T(30) = 3{,}3°\mathrm{C}$$

Cette réponse n'est pas vraisemblable puisque le chocolat chaud devrait seulement refroidir à la température de la salle (environ 20°C)

2. Le plutonium-241 a une demi-vie de 14,4 années. Un échantillon utilisé contient 70 unités de plutonium-241.

a) Détermine une équation représentant la quantité restante de plutonium-241, Q, au bout de t années.

$$Q(t) = 70\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{14{,}4}}$$

b) Détermine la quantité restante de plutonium-241 après 72 ans.

$$Q(72) = 2{,}1875\ unités$$

3. Lorsqu'un faisceau de lumière traverse de la glace, l'intensité lumineuse diminue de 4 % à chaque centimètre de glace traversé.

   a) Détermine une équation représentant l'intensité de la lumière, ***I***, par rapport à l'épaisseur de la glace, ***e***, en cm.

$$\begin{aligned} I(e) &= 100(1-0{,}04)^e \\ &= 100(0{,}96)^e \end{aligned}$$

   b) Détermine l'intensité de la lumière pour une glace de 4,75 cm d'épaisseur.

$$I(4{,}75) = 82{,}37\ cm$$

4. Il y a cinq ans, il y avait environ 3 000 poissons dans un lac. À cause des pluies acides, on ne compte plus que 2 250 poissons. Si le déclin du nombre de poissons est exponentiel, détermine le nombre de poissons dans six ans.

$$2250 = 3000(a)^5$$

$$\sqrt[5]{\frac{2250}{3000}} = a$$

$$a = 0{,}944088$$

Soit t, le temps en années et **P**, la population de poissons.

$$P(t) = 3000(0{,}944)^t$$

$$P(11) = 1591\ poissons$$

5. Amanda s'est acheté une maison d'une valeur de 200 000 $ ainsi qu'une voiture de 30 000 $ en 2007. La valeur de sa maison augmentera à un taux annuel de 5 % par année et la valeur de sa voiture se dépréciera à un taux annuel de 20 % par année.

   a) Détermine la valeur totale de ces deux biens en 2007.
   La valeur totale de ces deux biens est de 230 000$.

b) **Détermine la valeur totale de ces deux biens en 2010.**
Soit t, le temps en années, V, la valeur de la voiture et **M**, la valeur de la maison.

$$M(t) = 200000(1{,}05)^t$$
$$V(t) = 30000(0{,}80)^t$$

$M(3) = 231525$ et $V(3) = 15360$

La valeur totale de ces deux biens est de 246 885$.

c) **Détermine la valeur totale de ces deux biens en 2015.**
$M(8) = 295491$ et $V(8) = 5033{,}16$

La valeur totale de ces deux biens est de 300 524,16$.

6. **Tu ranges 800 mg d'iode 131 dans un laboratoire de sciences. Au bout de 24 jours, il ne reste que 100 mg de cette substance.**

a) **Détermine la demi-vie de l'iode 131.**
Soit t, le temps en jours et **M**, la quantité d'iode en mg.

$$100 = 800\left(\frac{1}{2}\right)^x$$
$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$
$$x = 3$$

Donc, si après 24 jours, il y a eu 3 demi-vies. La demi-vie de l'iode est de 8 jours.

b) **Détermine la masse restante au bout de 50 jours.**

$$M(t) = 800\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{50}{8}}$$
$$= 10{,}51\ mg$$

c) **Détermine la masse restante au bout d'un an.**
Il ne restera plus d'iode 131.