La multiplication d'un vecteur par un scalaire

Mise en situation

On peut effectuer différentes opérations sur les vecteurs. L'une d'elles est la multiplication d'un vecteur par un scalaire.

Qu'arrive-t-il si tu te déplaces deux fois plus vite ou si tu doubles ta vitesse vectorielle?

Si une pièce d'automobile a une masse deux fois plus petite que celle d'un autre pièce, la force nécessaire pour l'installer est-elle deux fois moindre?

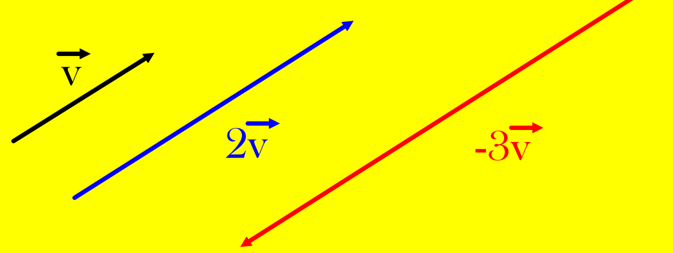
Dans cette section, tu verras comment une quantité vectorielle change lorsqu'on la multiplie par un nombre ou un scalaire.

mai 17-10:30

Le sens du multiple scalaire

Si $k > 0$, alors $k\vec{v}$ et $\vec{v}$ sont de même sens.

Si $k < 0$, alors $k\vec{v}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire.



Un vecteur et son multiple scalaire sont parallèles.

mai 11-10:38

Le produit d'un vecteur par un scalaire

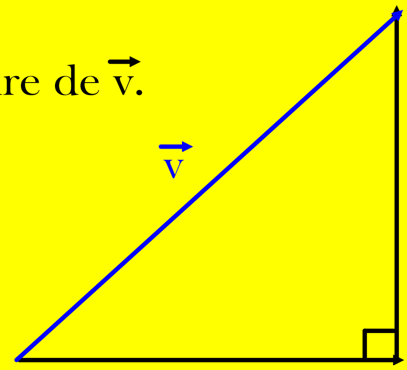
Soit un vecteur non nul $\vec{v}$ et un scalaire k, tel que k est dans l'ensemble des nombres réels.

Le produit du vecteur $\vec{v}$ par le scalaire k est noté $k\vec{v}$.

Il s'agit d'un vecteur dont la grandeur correspond à $|k|$ fois la grandeur de $\vec{v}$, c'est-à-dire $|k|\vec{v}$.

On le nomme aussi multiple scalaire de $\vec{v}$.

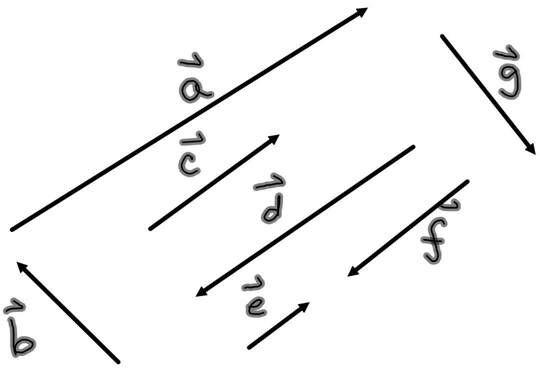
Sa grandeur est $|k|\,|\vec{v}|$.



mai 11-10:38

Exemple

Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont des multiples scalaires du vecteur $\vec{c}$? Explique ta réponse.



$\vec{a}$, $\vec{e}$, $\vec{f}$, $\vec{d}$

$\vec{e} = \frac{1}{2}\vec{c}$ $\quad$ $\vec{f} = -\vec{c}$

$\vec{a} = 3\vec{c}$ $\quad$ $\vec{d} = -2\vec{c}$

Explique pourquoi les autres vecteurs ne sont pas des multiples scalaires du vecteur $\vec{c}$.

Les vecteurs b et g ne sont pas parallèles au vecteur c .

Feb 15-7:40 PM

Exemple

Soit le vecteur $\vec{u}$ de grandeur 100 km/h, orienté selon un angle de relèvement de 40° EN.

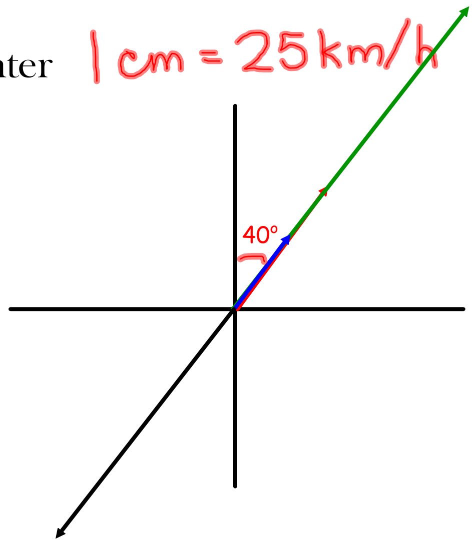
Trace un vecteur pour représenter chaque produit.

1 cm = 25 km/h

a) $3\vec{u}$

b) $0{,}5\vec{u}$

c) $-2\vec{u}$

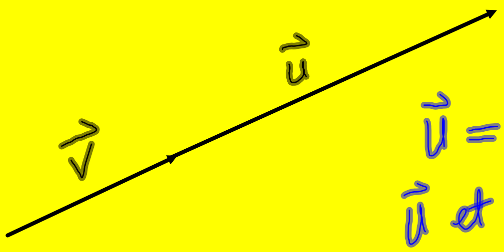


Feb 15-7:40 PM

Les vecteurs colinéaires

Deux vecteurs colinéaires se situent sur une même droite lorsqu'ils sont placés l'un derrière l'autre.

Chacun est un multiple scalaire de l'autre, ce qui veut dire qu'ils sont parallèles.

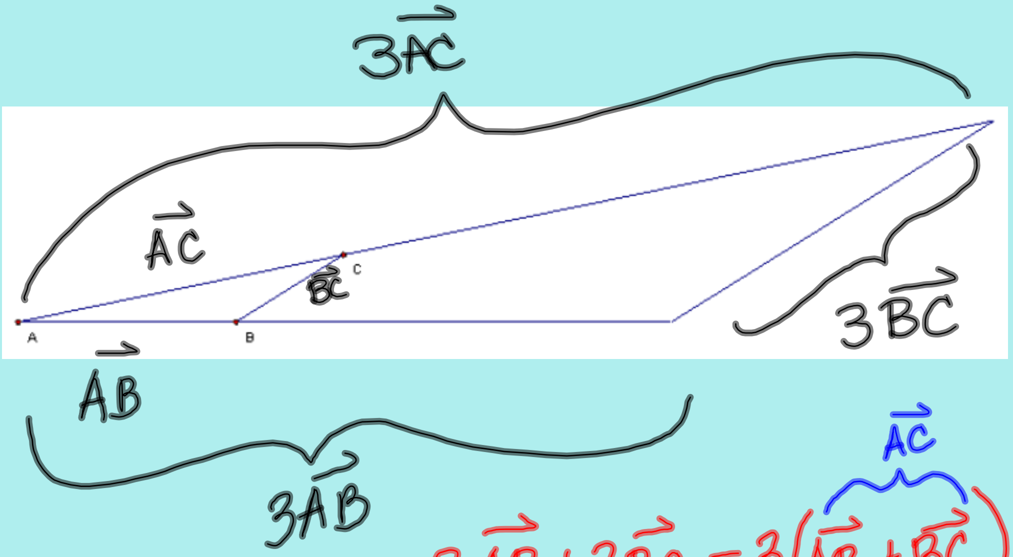


$\vec{u} = k\vec{v}$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont parallèles et colinéaires

mai 11-10:38

Exploration de la distributivité



$$3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}=3(\overbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}}^{\overrightarrow{AC}})$$

Distributivité

mai 11-10:38

Les propriétés du produit d'un vecteur par un scalaire

Distributivité
Pour tout scalaire k et tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$,
$k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$

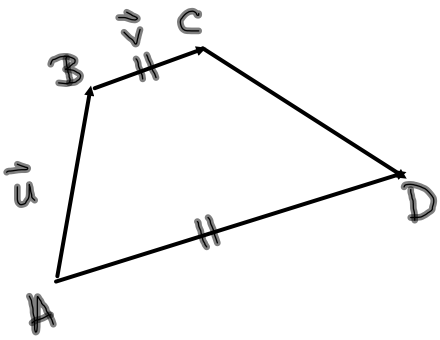
Associativité
Pour tous scalaires a et b et tout vecteur $\vec{v}$,
$(ab)\vec{v} = a(b\vec{v})$

Élément neutre
Pour tout vecteur $\vec{v}$, $1\vec{v} = \vec{v}$.

mai 11-10:38

Exemple

Dans le trapèze ABCD, $\overrightarrow{BC}$ est parallèle à $\overrightarrow{AD}$, et $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$.
Soit, $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$.
Exprime $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$ sous la forme d'une combinaison linéaires de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



$$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$$
$$= 3\vec{v}$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$$
$$= -\vec{u} + 3\vec{v}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$$
$$= -\vec{v} - \vec{u} + 3\vec{v}$$
$$= -\vec{u} + 2\vec{v}$$

ou

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$$
$$-\vec{v} - \vec{u} + 3\vec{v}$$
$$= -\vec{u} + 2\vec{v}$$

Feb 15-7:40 PM

Devoirs

p. 334 #1 - 11, 14, 15, 17

Défis

p. 336 #21, 22, 26

Jan 31-6:35 PM