Nom : ___CORRIGÉ__________________ Date : ____________________

TEST – Unité 2

Évaluation sommative

Les fonctions polynômes et les expressions rationnelles

<u>Attentes visées</u>

- Manipuler des polynômes et des expressions rationnelles.

---

1. **Est-ce que $\boldsymbol{f(x)=\frac{6x^2-27x-105}{x-7}}$ et $\boldsymbol{g(x)=(x+3)(x+10)-(x+3)(x+5)}$ sont des expressions équivalentes ? Pourquoi ?**

$$f(x)=\frac{(6x+15)(x-7)}{x-7}, x\neq 7$$
$$=6x+15, x\neq 7$$

$$g(x)=x^2+13x+30-(x^2+8x+15)$$
$$=5x-15$$

Donc, f(x) et g(x) ne sont pas des expressions équivalentes puisque sous la forme simplifiée, elles ne sont pas pareils.

(À noter, il se peut que l'élève résout en utilisant trois points : -1, 0 et 1)

2. **Kevin a effectué la simplification suivante.**

$$\boldsymbol{\frac{x^2+6x+3}{6x+3}=\frac{x^2+\cancel{6x}+\cancel{3}}{\cancel{6x}+\cancel{3}}}$$
$$\boldsymbol{=x^2}$$

Explique comment montrer à Kevin qu'il s'est trompé.

Kevin s'est trompé puisqu'il a annulé des termes d'un trinôme, avec les termes d'un binôme. Afin de montrer à Kevin son erreur, on pourrait remplacer l'expression à gauche avec x=1 et l'expression à droite avec x=1 et Kevin pourrait voir que les expressions ne sont pas équivalentes.

$$\frac{1^2+6(1)+3}{6(1)+3}\neq 1^2$$
$$\frac{10}{9}\neq 1$$

3. Simplifie chaque expression et indique toute restriction imposée à la variable.

a. $\frac{x-8}{x+7} \times \frac{x+15}{x^2+12x-45}$

$$= \frac{x-8}{x+7} \times \frac{\cancel{x+15}}{\cancel{(x+15)}(x-3)}, x \neq -7, x \neq -15, x \neq 3$$

$$= \frac{x-8}{(x+7)(x-3)}, x \neq -7, x \neq -15, x \neq 3$$

b. $\frac{x^2+12x+20}{x+5} \div \frac{x^2+7x-30}{x+10}$

$$= \frac{(x+10)(x+2)}{x+5} \div \frac{(x+10)(x-3)}{x+10}, x \neq -5, x \neq -10$$

$$= \frac{(x+10)(x+2)}{x+5} \times \frac{\cancel{x+10}}{\cancel{(x+10)}(x-3)}, x \neq -5, x \neq -10, x \neq 3$$

$$= \frac{(x+10)(x+2)}{(x+5)(x-3)}, x \neq -5, x \neq -10, x \neq 3$$

c. $\frac{x+3}{x-7} - \frac{x+9}{x-2}$

$$= \frac{(x+3)(x-2) - (x+9)(x-7)}{(x-7)(x-2)}, x \neq 7, x \neq 2$$

$$= \frac{x^2+x-6-(x^2+2x-63)}{(x-7)(x-2)}, x \neq 7, x \neq 2$$

$$= \frac{-x+57}{(x-7)(x-2)}, x \neq 7, x \neq 2$$

d. $\frac{x+8}{x+3} + \frac{x-6}{x^2+9x+18}$

$$= \frac{x+8}{x+3} + \frac{x-6}{(x+6)(x+3)}, x \neq -6, x \neq -3$$

$$= \frac{(x+8)(x+6)+x-6}{(x+6)(x+3)}, x \neq -6, x \neq -3$$

$$= \frac{x^2+15x+42}{(x+6)(x+3)}, x \neq -6, x \neq -3$$

e. $\frac{\boldsymbol{x+2}}{\boldsymbol{3}} + \frac{\boldsymbol{2x-1}}{\boldsymbol{4}} \times \frac{\boldsymbol{2x}}{\boldsymbol{x+2}}$

$$= \frac{x+2}{3} + \frac{4x^2-2x}{4(x+2)}, x \neq -2$$

$$= \frac{(x+2)\big(4(x+2)\big) + (3)(4x^2-2x)}{12(x+2)}, x \neq -2$$

$$= \frac{4x^2+16x+16+12x^2-6x}{12(x+2)}, x \neq -2$$

$$= \frac{16x^2+10x+16}{12(x+2)}, x \neq -2$$

$$= \frac{2(8x^2+5x+8)}{12(x+2)}, x \neq -2$$

$$= \frac{8x^2+5x+8}{6(x+2)}, x \neq -2$$

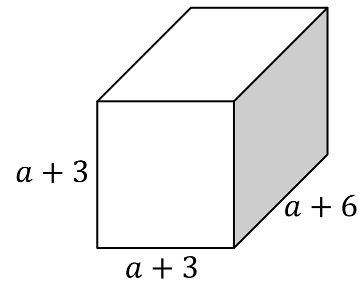
4. **Explique pourquoi il n'y a pas de restrictions sur x dans l'expression $\boldsymbol{4x^3+4x^2-5x+3}$.**

   L'expression $4x^3+4x^2-5x+3$ n'est pas une expression rationnelle et donc toutes les valeurs pour x existe. En autre mots, le domaine est l'ensemble des nombres réels.
   Seulement dans le cas d'une expression rationnelle, une expression qui a une variable dans le dénominateur, a-t-on une restriction sur x puisque le graphique de cette expression comporte une asymptote ou un trou.

5. **Les points (-3,5) et (5,5) appartiennent tous deux aux graphiques des fonctions $\boldsymbol{y=x^2-2x-10}$ et $\boldsymbol{y=-x^2+2x+20}$. Est-ce que cette vérification est suffisante afin de déterminer si les deux expressions sont équivalentes. Explique.**

   Ce n'est pas une vérification suffisante puisque la vérification de deux points suggère seulement que les graphiques sont équivalentes. Il se peut que d'autres valeurs du domaine, les images ne sont pas pareilles. Donc, il faut comparer les expressions algébriques simplifiées et dans ce cas, les expressions ne sont pas équivalentes, même si elles partagent deux points. Ce sont plutôt des points d'intersections des deux graphiques.

6. **Trouve le rapport du volume à l'aire du prisme rectangulaire représenté ci-contre. Simplifie l'expression, si c'est possible et indique les restrictions imposées à *a*.**



$$\begin{aligned}\frac{volume}{aire} &= \frac{(a+3)^2(a+6)}{2(a+3)^2+4(a+3)(a+6)}, a > -3\\ &= \frac{(a+3)(a+6)}{2(a+3)+4(a+6)}, a > -3\\ &= \frac{a^2+9a+18}{2a+6+4a+24}, a > -3\\ &= \frac{a^2+9a+18}{6a+30}, a > -3\end{aligned}$$

7. **David et son ami Simon participent à une course de vélo de 20km. David roule 1,5km/h plus vite que Simon. Le temps, en heures, qu'il faut pour terminer la course est donné par $\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{v}}$, où d est la distance, en kilomètres, et v est la vitesse, en kilomètres à l'heure.**
   a. **Si Simon et David participe comme équipe à la course et que chacun fait une moitié de la distance, détermine une expression simplifiée qui définit la durée de la course en fonction de v.**

   Soit x, la vitesse de David et y, la vitesse de Simon.

$$\begin{aligned}t &= \frac{10}{x} + \frac{10}{y}\\ &= \frac{10y+10x}{xy}\end{aligned}$$

   OU

   Si x est la vitesse de David, alors x-1,5 est la vitesse de Simon.

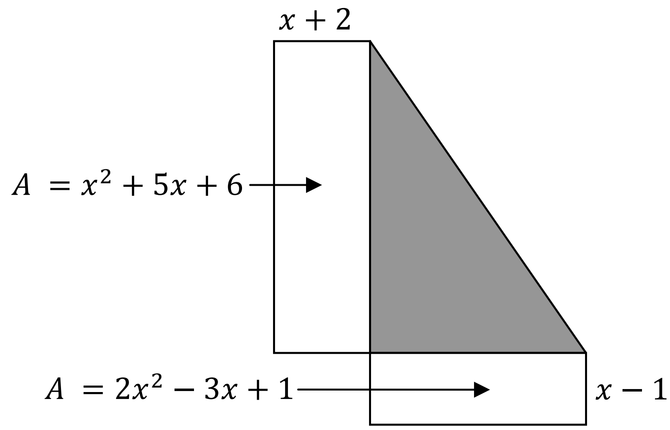
$$\begin{aligned}t(x) &= \frac{10(x-1{,}5)+10x}{x(x-1{,}5)}, x > 1{,}5\\ &= \frac{20x-15}{x(x-1{,}5)}, x > 1{,}5\end{aligned}$$

   b. **Si la vitesse de David est de 45km/h, combien de temps leur faut-il pour terminer la course ?**

$$\begin{aligned}t(45) &= \frac{20(45)-15}{45(45-1{,}5)}\\ &= \frac{885}{1957{,}5}\\ &= 0{,}4521\ heures\\ &= 27\ minutes\end{aligned}$$

   Il leur faudra 27 minutes pour terminer la course.

8. Écris une expression représentant l'aire du triangle rectangle ci-dessous, puis simplifie-la. Indique toute restriction imposée à la variable x.



Base

$$b = \frac{(x-1)(2x-1)}{x-1}$$
$$= 2x-1, x>1$$

Hauteur

$$h = \frac{(x+2)(x+3)}{x+2}$$
$$= x+3, x>-2$$

Aire

$$A = \frac{(2x-1)(x+3)}{2}, x>1$$
$$= \frac{2x^2+5x-3}{2}, x>1$$